

"To bring Dedekind's research into its proper relation to generalmetaphysical enquiry": Royce et Russell, critiques de Bradley

Sébastien Gandon

▶ **To cite this version:**

Sébastien Gandon. "To bring Dedekind's research into its proper relation to generalmetaphysical enquiry": Royce et Russell, critiques de Bradley. 2008. halshs-00299892

HAL Id: halshs-00299892
https://shs.hal.science/halshs-00299892

Preprint submitted on 17 Jul 2008

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

« To bring Dedekind's research into its proper relation to general metaphysical enquiry »: Royce et Russell, critiques de Bradley

Sébastien GANDON, Université Clermont II, PHIER

8 juin 2006

Abstract : In the Appendice of the first book of *The World and the Individual*, called *The One, the Many, and the Infinite* and published in 1898, the American philosopher Josiah Royce grounds a lenghty and detailed critique of Bradley's book *Appendice and Reality* on the great german mathematician R. Dedekind's work *Was sind und was sollen die Zahlen ?*. Focusing on the famous §66, Royce's main claim is that Dedekind's theory can be seen as a development of a line of thought first outlined by Fichte and Hegel : the so-called « ideal Self » is infinite, and arithmetic is the theory of its bare structural form.

This curious but neglected work seems interesting for two reasons. Firstly, Royce's criticism of Bradley, at least in its beginning, strongly reminds us of Russell's position : it is from the same *corpus*, the mathematical works of Dedekind and Cantor, that the two writers put forward to Bradley's skepticism; however, instead of departing from idealism, Royce advocates a return to the rational idealism. I will present his reasons to do that, and will try to show, against Russell's opinion, that they are not without strenght.

The second motive for going through *The One, the Many, and the Infinite* is that it offers a very original, purely metaphysical, interpretation of the notoriously difficult Dedekind's thought. I will claim, at the end of this paper, that Royce's analysis has some points for it, and that the german philosopher H. Lotze, a colleague of R. Dedekind in Göttingen, could have been the channel by which topics from hegelian and fichtean idealism have been conveyed to the mathematician.

« To bring Dedekind's research into its proper relation to general metaphysical enquiry » est une phrase du philosophe américain Royce que l'on trouve à la page 527 du supplément à *The World and the Individual*, publié en 1898, intitulé *The One, the Many, and the Infinite*. Le supplément, qui fait lui-même près de cent pages, se présente comme une critique du livre de Bradley *Appearance and Reality*, publié cinq ans plus tôt – critique fondée sur une lecture précise de *Was sind und was sollen die Zahlen ?* du mathématicien allemand R. Dedekind.

J'ai été intéressé par ce texte, peu connu, pour une raison simple. On sait, mais j'y reviendrai, que le nerf de la critique russellienne de Bradley consiste à distinguer deux sortes de régression

à l'infini : une, très fréquente, mais inoffensive dès que l'on accepte, avec Cantor et Dedekind, le concept d'infini actuel ; l'autre plus problématique, mais beaucoup plus rare, qui met en cause la notion même de *meaning*. L'idée de Russell est que ce que l'on peut appeler le scepticisme de Bradley s'enracine dans l'hypothèse que l'infini est contradictoire, et qu'à partir du moment où l'on accepte le concept d'infini actuel, toutes les pseudo-apories bradleyennes s'évanouissent.

C'est donc dans les mathématiques de Cantor et de Dedekind que Russell va chercher la source d'une rupture avec Bradley et avec l'idéalisme de ses jeunes années. L'intérêt du texte de Royce est de montrer que la même source aurait pu conduire le philosophe anglais vers d'autres rivages. Royce s'appuie en effet sur Dedekind pour affirmer la possibilité d'un nouvel idéalisme rationaliste. « Mettre les recherches de Dedekind dans leur contexte métaphysique propre » ne signifie pas, pour lui, substituer à l'idéalisme de Bradley un platonisme réaliste — mais lui substituer un nouvel idéalisme, peut-être d'ailleurs plus proche des théories de Fichte et de Hegel que ne l'est celui de Bradley. En particulier, comme on le verra, Royce centre son interprétation sur le concept non psychologique du Soi tel qu'il apparaît dans le §66 de *Was sind und was sollen die Zahlen ?*.

La source des deux critiques de Bradley, antagonistes dans leur esprit, est donc la même : les théories profondes et novatrices de Cantor et de Dedekind. Comment expliquer qu'un même socle mathématique conduise à des interprétations philosophiques aussi divergentes ? L'une des deux lectures est-elle intenable ? Ou bien ne peut-on pas, à partir de Royce, remettre en question l'idée russellienne selon laquelle le réalisme issu de Moore serait la seule philosophie possible pour les mathématiques de l'époque ? En lisant *The One, the Many, and the Infinite*, une autre idée m'a traversé à plusieurs reprises l'esprit. L'interprétation métaphysique que Royce propose, à rebours de toute une tradition, purement internaliste, de lecture de Dedekind (qui remonte en France au grand livre de P. Dugac [Dug76]), n'a-t-elle pas finalement de quoi se défendre ? Ne peut-on pas déceler, dans plusieurs passages de Dedekind, comme un écho de certains problématiques et de certaines prises de position idéalistes ?

Dans ce qui suit, je vais d'abord m'intéresser aux critiques convergentes que Russell et Royce adressent à Bradley. Je vais ensuite présenter l'usage métaphysique que Royce fait de Dedekind. C'est seulement dans un troisième temps que je m'interrogerai sur la pertinence de cette lecture. Je conclurai par des remarques plus générales sur le rapport entre mathématiques et métaphysique chez Bradley, Russell et Royce.

1 La critique du scepticisme de Bradley

Ce que critiquent Russell et Royce chez Bradley, c'est fondamentalement son scepticisme. Bradley est un idéaliste sceptique : pensée et réalité sont chez lui irréductiblement et fondamentalement séparés, et *Appearance and Reality* se déclinent comme un ensemble de tentatives inabouties et vaines de les saisir dans leur unité. De ce point de vue, comme l'a bien montré J. Allard (voir [All05]), Bradley est un anti-hegélien : aucune conciliation ne vient « harmoniser » deux pôles qui demeurent essentiellement séparés.

Le début du chapitre XV de *Appearance and Reality*, intitulé *Thought and Reality*, dont Royce reprend l'analyse au début de son opuscule, illustre particulièrement bien la position bradleyenne. Si nous considérons quoique ce soit de réel, nous trouvons en lui deux aspects, affirme l'auteur ([Bra93], p. 143) :

> Il y a un 'ce que' [*what*] et un 'que' [*that*], une existence et un contenu, et les deux sont inséparables. Qu'une chose quelconque soit mais ne soit cependant rien de particulier, ou qu'une qualité ne qualifie et ne donne un caractère à aucune chose que ce soit, cela est évidemment impossible. Si nous cherchons à atteindre le 'que' en lui-même, nous ne l'atteindrons pas, car ou bien nous le qualifions, ou bien nous échouons complètement. Si nous cherchons à atteindre le 'ce que' par lui-même, nous découvrons immédiatement qu'il n'est pas tout. Il pointe vers quelque chose au-delà de lui, et ne peut pas exister par lui-même et comme un simple adjectif. Aucun de ses aspects, si on les isole, ne peut être considéré comme réel, ou alors aucun d'eux, dans ce cas, demeure encore lui-même. Ils sont simplement distinguables, et non pas divisibles.

La réalité, telle qu'elle est saisie dans la perception sensible, ne distingue pas l'être d'une chose de ses qualités, l'existence et le contenu de cette existence. L'expérience sensible s'offre comme une totalité, comme une unité, dans laquelle différents aspects sont bien distinguables, mais non pas séparables, de la donnée du tout de l'expérience.

Or, la pensée apparaît comme ce qui divise ce qui, dans la réalité (c'est-à-dire, pour Bradley, dans le sentir), forme essentiellement une unité[1]. Le jugement est le lieu par excellence où le caractère diabolisant de la pensée se manifeste. Comme Bradley s'en explique dans la suite, la forme judicatoire sépare le sujet, qui est un 'what', du prédicat, qui est un 'that' ([Bra93], p.

[1] Voir ([Bra93], p. 143-144) :

> La pensée semble essentiellement consister en leur division. Car la pensée, jusqu'à un certain point au moins, est idéale. Sans une idée, il n'y a aucune pensée, et une idée implique la séparation du contenu et de l'existence. C'est un 'ce que' qui, dans la mesure où il est une simple idée, n'*est* pas, et qui, s'il *était*, ne pourrait pas, dans cette mesure même, être appelée idéal. Car l'idéalité consiste dans la disjonction de la qualité et de l'être.

144-145) :

> Dans le jugement, une idée est prédiquée de la réalité. Or, en premier lieu, ce qui est prédiqué n'est pas une image mentale. [...] Le prédicat est un simple 'ce que', une simple caractéristique du contenu, qui est utilisé pour qualifier un peu mieux le 'que' du sujet. [...] Le prédicat est un contenu qui a été détaché [*had been made loose from*] de sa propre existence immédiate, et qui est utilisé en tant que séparé de cette première unité [*is used in divorce from that first unity*].
>
> Et en second lieu, lorsque nous nous tournons vers le sujet du jugement, nous découvrons clairement l'autre aspect, en d'autres mots, le 'que'. De même que dans 'ce cheval est un mammifère' le prédicat *n*'est *pas* un fait, de même, et de façon encore plus certaine, le sujet est une existence réelle. [...] Personne ne *cherche* jamais à asserter quelque chose, si ce n'est de la realité – Personne ne *cherche* jamais à faire quelque chose si ce n'est de qualifier un 'que' par un 'ce que'. [...] Le jugement est essentiellement la ré-union de deux faces, un 'ce que' et un 'que', provisoirement désunies. Mais c'est l'éloignement de ces aspects qui constitue l'idéalité de la pensée.

Les deux dernières phrases de la citation sont particulièrement claires. Le jugement réunit deux aspects complémentaires de la réalité qui ont été scindés l'un de l'autre. La forme même de l'unité judicatoire est donc, en son fondement même, différente de la forme d'unité qui s'attache à l'être tel qu'il est saisi dans la perception sensible. Certes, le jugement réunit « deux faces », mais cette réunification n'est que le prolongement du mouvement inaugural de scission entre le 'what' et le 'that' en lequel consiste l'idéalité (*i.e.* l'essence même) du penser.

La leçon que Bradley tire de son analyse est la suivante : aucun jugement, en tant que, simplement, il est un jugement et sépare donc ce qui dans la réalité n'est pas séparé, n'est absolument vrai – la réalité ne peut en conséquence être atteinte par la pensée. Il faudrait bien entendu, pour être complet, analyser ici les conceptions bradleyiennes de la vérité, ce que je ne ferai pas. Le point important est de comprendre que le scepticisme de Bradley repose sur une certaine description objective de la pensée, comme activité de séparation entre un *that* et un *what*, entre un sujet et un prédicat[2]. Nous pourrions résumer les diverses oppositions par un tableau à trois lignes :

[2]En ce sens, le scepticisme bradleyen diffère complètement du scepticisme psychologique humien, fondé sur l'impossibilité de trouver des corrélâts à nos idées. Bradley se montre ainsi très soucieux de distinguer le prédicats des images mentales ; la confusion est pour lui à l'origine de l'idée selon laquelle le 'what'a également une existence actuelle, et que la forme du jugement reflète finalement la forme de la réalité. On assiste donc à un curieux renversement : s'il faut critiquer le psychologisme de Hume, ce n'est pas, selon Bradley, pour échapper au scepticisme, mais au contraire, parce qu'il pourrait nous en faire sortir.

Unité de l'expérience perceptive		
Idealité du penser	That, Existence, Reality, Being	What, Content, Ideality, Thought
Jugement	Réunion du *that* et du *what*, qui demeurent distincts	

La première ligne caractérise la réalité telle qu'elle est en son unité, c'est-à-dire telle qu'elle s'offre concrètement dans l'appréhension sensible. La seconde et la troisième lignes correspondent à la sphère de la pensée, qui sépare des aspects de la réalité sensible renvoyant, chacun, l'un vers l'autre, et qui ne les réunit que de façon superficielle dans le jugement.

En partant de l'analyse des mêmes travaux, ceux de Cantor et de Dedekind essentiellement, Russell et Royce vont contester la validité d'un tel schéma général. Les deux penseurs vont opposer à l'analyse de Bradley l'existence, en mathématiques, de formes de pensée qui n'entrent pas dans le cadre mis en place par le philosophe. Cette parenté est reconnue par Bradley lui-même, qui dans un article paru dans *Mind* en 1910, intitulé *On Appearance, Error and Contradiction*, associe les deux critiques : elles proviennent, dit-il, toutes deux de l'étude des mathématiques, mathématiques dont il se déclare « ignorant, non par choix mais par incapacité radicale » ([Bra14], p. 277). La stratégie de Bradley dans sa réponse consiste à tenter de retrouver dans les concepts et procédures exposés par Royce et Russell ses propres catégories, celles du *what* et du *that* notamment, et donc à reconduire les apories rencontrées.

Avant de détailler l'analyse de Royce, penchons-nous sur la critique, célèbre, que Russell adresse au scepticisme de Bradley. L'attaque se concentre sur un argument, toujours ressassé par Bradley : celui de l'impossibilité de la régression à l'infini. Ainsi, pour affirmer le caractère contradictoire du concept de relation, le disciple de Green explique que « une relation reliant deux termes doit être reliée à chacun d'entre eux », et que donc, pour pouvoir penser qu'une relation lie quelques termes que ce soit, il faut admettre une infinité de relations, ce qui est, selon Bradley, absurde. Russell reconnaît la validité de la première partie de l'argument : si une relation R relie deux termes a et b, alors deux relations R'_a et R'_b doivent lier R et a et R et b, ce qui amorce une régression à l'infini[3]. Mais il refuse le second moment du raisonnement : le concept d'infini n'a rien d'absurde, ni de contradictoire. Qu'une proposition en implique une infinité d'autres ne constitue pas une objection, à partir du moment où on admet le caractère non contradictoire du concept d'infini, et où cette proposition peut être saisie indépendamment de l'ensemble des propositions qu'elle implique. Russell distingue en effet une régression à l'infini dans l'implication, bénigne, d'une régression à l'infini dans le *meaning*, plus problématique, parce

[3]Voir [Rus03], §99 ; voir également [All05].

que touchant à la structure même du terme[4].

La critique de Russell est en conséquence directement liée à l'analyse du concept d'infini. Si un telle notion se révélait non contradictoire, alors le fait qu'une thèse amorce une régression à l'infini ne pourrait valoir comme une objection à l'encontre de cette thèse, contrairement à ce que prétend Bradley. Or, la théorie que Cantor expose dans son [Can97] fournit à Russell les moyens de définir de façon positive l'infini. Une classe est infinie lorsqu'elle est, explique Cantor, similaire à une de ses parties propres, *i.e.* lorsqu'à chaque élément de la classe, correspond un et un seul élément de la partie considérée (voir *infra.* pour une analyse plus détaillée du concept). Dans cette définition, le concept d'infini n'est plus, comme dans la tradition aristotélicienne, lié à celui de négation et d'inachèvement, mais à une propriété, facilement exprimable, de certains ensembles. Bradley crierait au loup trop souvent : l'apparition de l'infini dans un raisonnement n'indique pas nécessairement la présence d'une contradiction.

Reste cependant un problème pour Russell : exprimabilité ne signifie pas forcément absence de contradiction. Et si le fait de pouvoir définir l'infini de la façon considérée ne suffit pas à garantir que la notion d'ensemble infini ne contienne aucune contradiction interne, comment Russell peut-il être si certain que la notion est logiquement inoffensive ? Cette question est celle que soulève Dedekind dans une de ses lettres à Keferstein[5]. Russell, dans les *Principles*, reste curieusement évasif sur ce point, peut-être précisément parce que la fréquentation de Bradley l'a convaincu que le moindre bout de raisonnement dissimulait des régressions à l'infini. Dans le §339 de [Rus03], le philosophe affirme ainsi : « le fait qu'il y ait des classes infinies est tellement évident que l'on peut difficilement le nier ». Suit deux références. Une au *Parméniде*, qui suggère la preuve d'existence suivante : « Admettons qu'il y ait un nombre 1. Alors 1 est, ou a de l'être, et en conséquence, il y a un être. Mais 1 et l'Être sont deux : ainsi, il y a un nombre 2 ; et etc... ». Une au §13 des *Paradoxes de l'infini*, où Bolzano prouve, en corrélant, dit Russell, chaque concept à l'idée d'un concept, que le nombre des concepts est infini (Voir *infra.* pour une analyse de l'argument de Bolzano et de sa reprise par Dedekind).

On le sait, les paradoxes auront raison de ces deux « preuves », et Russell dans [Rus21] (p. 263-270), consacrera un long développement à leur réfutation – en un mot, les deux raisonnements violent les garde-fous typologiques nous prémunissant contre la contradiction. Et le philosophe, suivant en cela les pères de la théorie des ensembles ajoute, à partir des *Principia*, au stock des axiomes logiques, l'axiome de l'infini garantissant l'existence d'ensemble de toute

[4]Voit [Rus03], §54. Une des raisons qu'a Russell d'introduire la notion de *meaning* est précisément qu'elle permet de déterminer, de façon finie, des classes infinies. Penser qu'il y a des *meaning* infinis lui est donc difficile.

[5][VH67], p. 101 : « Un tel système infini existe-t-il vraiment dans notre monde de pensées? Sans une preuve logique d'existence, le fait que de tels systèmes ne contiennent aucune contradiction cachée resterait à jamais douteux. D'où le besoin d'une telle preuve. »

cardinalité finie[6]. Ainsi, contrairement à ce qu'il pensait dans les *Principles*, rien ne garantit logiquement l'existence de classes infinies, et donc le caractère non contradictoire de la notion. Dans *Introduction à la philosophie mathématique*, Russell se contente de soutenir que le fait que nous ne puissions savoir *a priori* s'il existe des classes infinies n'est pas une raison d'affirmer, comme Bradley le fait constamment, que l'infini est contradictoire.

La démarche de Royce ressemble, en son commencement du moins, fortement à celle de Russell. Le philosophe rappelle d'abord les conséquences sceptiques des thèses de Bradley ([Roy01], p. 485) :

> Les critiques de M. Bradley ont très souvent exprimé leur désapprobation devant la position extrêmement délicate dans laquelle, dans cette théorie, notre pensée finie est laissée. Nous sommes censé définir le Réel comme un système à l'intérieur duquel l'unité et la diversité sont en harmonie. Nous sommes censé concevoir cette réalité comme une « expérience sensible ». Et dans l'Expérience Absolue, rien de notre variété finie n'est censée être perdu, mais tout est « transmuté ». Et cependant, chaque situation [...] dans laquelle, par un processus intellectuel, ou par un type de conscience médiatisée, nous semblons, nous hommes, avoir réussi à établir une synthèse explicite et une harmonie entre l'Un et le Multiple, est sévèrement rejetée par Mr. Bradley comme ne fournissant aucune indication sur la *manière* dont, dans l'Absolu, unité et multiplicité sont unis.

Le philosophe américain concentre alors son attention sur un texte (il s'agit de l'appendice *Contradiction and Contrariety* de [Bra93]) dans lequel Bradley expose les conditions que devrait, selon lui, satisfaire une pensée vraie :

> Si on demande maintenant qu'est-ce qui pourrait « satisfaire l'intellect, en supposant que cela puisse être atteint », [Bradley fait la réponse suivante] : « si les divers [*diversities*] étaient des aspects complémentaires d'un processus de connexion et de distinction, le processus n'étant pas extérieur aux éléments, ou encore, n'était pas une compulsion étrangère [*foreign compulsion*] à l'intellect, mais le *proprius motus* de l'intellect lui-même, le cas serait différent. Chaque aspect serait de lui-même une transition vers l'autre aspect, une transition immédiatement intrinsèque et naturelle

[6]Citons le début du passage [Rus21], p. 263 : « Avant d'analyser de près [l'argument], la première chose à dire est qu'il ressemble à un tour de passe-passe : on pense au prestidigitateur qui sort des choses de son couvre-chef. Le spectateur qui a prêté son couvre chef sait bien qu'il ne contenait pas de lapin, mais il serait bien en peine de dire comment un lapin vivant a pu s'y fourrer. De même, le lecteur qui a un sens robuste de la réalité sentira bien qu'il est impossible de fabriquer une collection infinie à partir d'une collection finie d'individus, même s'il est incapable de trouver la faille dans la construction. »

à elle-même et à l'intellect. [...] Et la question comment et pourquoi le divers est un et l'un divers perd ici sa signification. » Mais M. Bradley (p. 56) est « incapable de trouver [*verify*] une solution de ce genre ».

Toute la recherche de Royce a pour objet de montrer qu'une solution de ce genre existe pourtant : l'ensemble des procédures de récurrence, qui traversent toute l'arithmétique, répond à la description faite ici par Bradley, à condition d'être conçu comme Dedekind le propose. Royce va donc, dans la suite du texte, s'employer à montrer que *Was sind und was sollen die Zahlen ?* nous présente le raisonnement arithmétique comme un processus où l'intellect n'a affaire qu'à lui-même et est à lui-même son *proprius motus*.

Á la différence de Russell, il ne s'agit donc pas seulement, pour Royce, d'utiliser les travaux de Dedekind et de Cantor pour montrer qu'un concept, déclaré contradictoire par Bradley, ne l'est pas, ou ne l'est pas nécessairement. Le philosophe américain veut plus : montrer que la façon dont Dedekind présente l'arithmétique correspond point par point à la description bradleyenne de ce que serait une connaissance de l'Absolu, si elle était possible. Il ne s'agit donc pas seulement pour lui de dire : Bradley a une vision extrêmement étroite de ce qu'est la pensée, vision que la considération des mathématiques nous permet d'élargir – il s'agit pour lui d'affirmer que l'arithmétique, telle qu'elle est exposée dans [Ded88], réalise exactement ce que Bradley tient pour impossible, et qu'en conséquence, une transformation de l'idéalisme sceptique de Bradley en un nouvel idéalisme, rationaliste, est non seulement envisageable, mais nécessaire.

2 La lecture idéaliste de Dedekind

Avant d'en venir au texte de Royce, quelques rappels sur la théorie de Dedekind. Brièvement dit, il s'agit, pour le mathématicien de définir la structure $\mathbb{N}$ des nombres entiers, à partir de concepts plus fondamentaux, qualifiés par lui de « logique », la notion d'ensemble [*System*] et d'application [*Abbildung*]. Ce projet n'a rien aujourd'hui d'extraordinaire, mais à l'époque, la tâche est complètement inédit, et le livre de Dedekind sera, au départ, incompris[7]. Sur la notion d'ensemble, je ne dirai rien, si ce n'est qu'un ensemble, pour Dedekind, n'est pas nécessairement fini, si ce n'est également que l'usage que fait Dedekind de ce concept sera critiqué par Frege[8]. Sur la notion d'application, je serai un peu plus dissert : une *Abbildung* φ du système S est une « loi » qui associe à chaque élément s de S un élément $\varphi(s)$ de S, appelé l'image de s. Á part la référence à la « loi », on retrouve bien ici le concept usuel d'application entre ensembles.

[7] Voir [Dug76] p. 93-96, pour une analyse de la réception

[8] Outre certains reproches techniques, Frege objectera à l'approche purement extensionnelle de Dedekind

Dedekind introduit dans la section 3 (§26) la notion d'application injective ou similaire [*änlich (oder deutlich) Abbildung*] de la façon attendue : $\varphi(s)$ de S est injective (similaire) si à deux éléments quelconques de S correspondent différentes images par φ. Le mathématicien étend cette notion de similarité aux ensembles eux-mêmes : si φ est injective (similaire) sur S, alors $R = \varphi(S)$ et S sont dits semblables. Comme la relation de similarité entre systèmes est transitive, les systèmes similaires ou équipotents forment des classes exclusives les unes des autres (des classes d'équivalence).

Après avoir mis en place cette machinerie, Dedekind cherche, dans la section 4, à définir quelles sont les conditions les plus générales garantissant la validité de l'induction mathématique. Pour des raisons de commodité, je ne vais pas suivre l'ordre de son exposition, et exposer directement la façon dont il introduit $\mathbb{N}$ dans la section 6[9]. Une lecture rapide pourrait nous faire croire que Dedekind définit $\mathbb{N}$ comme n'importe quel couple $< N, \varphi >$ tel que :

a) φ est une application injective.

b) $\varphi(N) \subset N$.

c) 1 est un élément distingué de N qui n'appartient pas à $\varphi(N)$.

Intuitivement, Dedekind définirait, à partir de N, un premier ensemble $\varphi(N)$ différent de N, puisqu'il ne contient pas l'élément distingué 1 ; puis un second : $\varphi\varphi(N)$, non identique à N parce qu'il ne contient pas $\varphi(1)$; un troisième : $\varphi\varphi\varphi(N)$, non identique à $\varphi\varphi(N)$, parce qu'il ne contient pas $\varphi\varphi(1)$; etc... Á la n^e étape, l'élément appartenant à l'ensemble, mais pas à son image *serait* le nombre n.

Cette première caractérisation de $\mathbb{N}$, on verra pourquoi bientôt, échoue. Mais, bien qu'insuffisante, elle possède déjà des traits remarquables. La relation φ s'applique à une classe, et non pas à un objet, comme ce sera le cas chez Peano pour la relation de succession S. Dans *Was sind und was sollen die Zahlen ?*, un ensemble est pris pour base, et l'opération indéfiniment réitérée consiste à ôter de l'ensemble un élément, cet élément exclu étant identifié au nombre entier. Le jeu ne consiste pas à engendrer à partir d'un premier objet, un nombre infini d'éléments, mais, au contraire, à épuiser un ensemble donné, l'ensemble N, en lui ôtant un à un ses éléments. Cela a une conséquence extrêmement importante pour ce qui va suivre : pour que $< N, \varphi >$ ait la structure de $\mathbb{N}$, il faut que l'ensemble N soit infini. Si l'ensemble N était fini, alors il n'existerait pas de φ injective, telle que $1 \notin \varphi(N)$.

Mais, quel que soit son intérêt, cette première tentative, on l'a dit, échoue, et ce, même si on fait l'hypothèse que N soit infini. Pourquoi ? Parce qu'une telle description s'applique en

[9] Je reprends la présentation de [Fer99], p. 222-232, elle-même inspiré par l'ordre d'exposition adopté dans la lettre à Keferstein ; mais voir également Dugac1976, p. 79-93

effet à n'importe quel système infini S, qui contient, au-delà de la suite des entiers, un ensemble arbitraire T stable par l'opération φ. C'est pour chasser ces « modèles non standard », qui rendent tout usage du principe d'induction impossible, que Dedekind est amené à introduire, dans la section 4, le concept clé de chaîne d'un système A pour une application φ donnée, dénoté par A_0, où A est une partie quelconque de N : A_0 est l'intersection de tous les sous-ensembles K de S qui sont tels que $\varphi(K) \subset K$, et qui contiennent A[10]. Dit autrement, A_0 est le plus petit ensemble clos par φ qui contient A. Par exemple, l'ensemble $\{3, 4, 5\}$ sous-ensemble de $\mathbb{N}$, n'est pas stable par l'application $\tau(n) = n + 1$ – et la chaîne de $\{3, 4, 5\}$ par τ est l'ensemble des entiers supérieurs ou égaux à 3. On a maintenant tout en main pour énoncer la condition supplémentaire qu'il faut introduire pour caractériser $\mathbb{N}$ complètement :

d) N doit être la chaîne de 1, c'est-à-dire la plus petite chaîne contenant 1.

Un ensemble N satisfaisant ces quatre conditions est appelé un système simplement infini, et est isomorphe à $\mathbb{N}$.

Je n'insiste pas sur ce dernier raisonnement, pourtant essentiel du point de vue mathématique, parce qu'il n'intervient pas dans la discussion de Royce[11]. Ce qui, en revanche, est absolument crucial, est le fait, déjà évoqué, que Dedekind, pour définir les nombres finis, parte de l'infini. Pour le dire de façon grossière, s'il n'y avait que des ensembles finis, s'il n'y avait, par exemple, que des ensembles à deux éléments, alors, non seulement l'entier 3, mais l'entier 1 n'existerait pas, ceci, parce que le 1 est, selon Dedekind, essentiellement le premier élément d'une série infinie. Le nombre 1 n'est ainsi pas la propriété d'une classe de classe, comme chez Russell ; il est le premier terme d'un système simplement infinie. L'infini est ainsi, dans cette perspective, mis au fondement de l'arithmétique, de la science des nombres finis[12].

Dans la théorie des ensembles classique, un axiome, l'axiome de l'infini, garantit, j'y ai déjà fait allusion, l'existence d'un ensemble infini. Dedekind, lui, parce qu'il cherche à dériver l'arithmétique des seuls concepts d'ensemble et d'application, souhaite déduire cette existence sans poser de postulat particulier. Cette « déduction », fondamentale pour lui, occupe le célèbre paragraphe 66 de *Die Zahlen*, très inspiré par Bolzano. Dedekind commence par y donner une définition de l'infini, celle là même que l'on retrouve chez Cantor et qui sera reprise par Russell : un ensemble S est infini s'il est similaire à une de ses parties propres, c'est-à-dire, si φ est injective

[10] Voir la lettre à Keferstein ([VH67], p. 100) : « Que doit-on ajouter aux faits précédents afin de prémunir notre système S contre de tels intrus [...] qui perturbe tout vestige d'ordre [...] ? »

[11] Non pas que Royce ignore l'aspect mathématique de la question – le philosophe se montre en réalité étonnemment au fait des différentes possibilités ouvertes par le concept de chaîne [[Roy01], p. 519-525]. Simplement, dans sa lecture « métaphysique », ce point n'est pas utilisé.

[12] Voir cette caractérisation lapidaire du projet dedekindien par Hilbert [Hil22], p. 1121 : « Aussi facinante et éblouissante que soit l'idée de Dedekind consistant à fonder les nombres finis sur l'infini, nous savons en toute certitude aujourd'hui [...] que ce chemin ne peut être parcouru »

et $\varphi(S) \subsetneq S$. Il construit ensuite un ensemble infini S en considérant ce qu'il nomme mon monde de pensée [*meine Gedankenwelt*], c'est-à-dire l'ensemble des choses qui peuvent devenir objet de ma pensée. A chaque élément s de cet ensemble, Dedekind associe $\varphi(s)$, « s peut être objet de ma pensée », qui est, dit-il un objet de ma pensée, et appartient donc à « *meine Gedankenwelt* »– on a en conséquence $\varphi(S) \subset S$. D'autre part, il « vérifie » [13] que $\varphi(s)$ est une application et qu'elle est injective. Il reste, pour montrer que S est infini, à prouver que $\varphi(S)$ est une partie propre de S, ce qui est, selon le mathématicien, aisé : mon propre moi, *mein eigenes Ich*, est une chose qui peut être objet pour ma pensée, mais qui n'est pas lui-même de la forme $\varphi(s)$. Mon monde de pensée est donc nécessairement un ensemble infini, et aucun axiome spécifique n'est nécessaire pour construire $\mathbb{N}$. Bien entendu, cette « preuve » tombe sous le coup de la critique russellienne : mon monde de pensée est un objet contradictoire, qui viole les réquisits typologiques[14]. Mais ce qui m'importe est ici simplement de rappeler cette « démonstration » et la position, centrale, qu'elle a dans l'ensemble du dispositif dedekindien.

Qu'est-ce que Royce, qui a une formation de mathématicien, retient de *Die Zahlen* ? Essentiellement deux choses, que le philosophe lie l'une à l'autre : la définition d'un ensemble infini d'abord, et plus particulièrement la condition de « réflexivité », que Royce rebaptise *self-representativity* : φ est injective et $\varphi(S) \subsetneq S$; l'usage de *« mein eigenes Ich »* et du *« Gedankenwelt »* dans la preuve de l'existence d'un ensemble infini, ensuite. Mais avant de parler du fond, notons que ce qui frappe le lecteur est le travail, stylistique, de réécriture auquel s'attache Royce. Le philosophe consacre en effet une longue partie de son texte à reformuler, en des termes non mathématiques, la condition d'auto-représentativité, φ injective et $\varphi(S) \subsetneq S$. L'illustration qu'il propose est restée, à juste titre, célèbre. C'est celle de la carte de l'Angleterre faite sur le territoire de l'Angleterre. Je cite Borges, se référant lui-même à Royce [Voir [Bor57], p. 85] :

> Josiah Royce, dans le premier volume de *The World and the Individual* (1899), a [écrit] : « Imaginons qu'une portion du sol de l'Angleterre ait été parfaitement nivelée, et qu'un cartographe y trace une carte d'Angleterre. L'ouvrage est parfait ; il n'est pas un détail du sol de l'Angleterre, si réduit soit-il, qui ne soit enregistré sur la carte ; tout s'y retrouve. Cette carte, dans ce cas, doit contenir une carte de la carte, qui doit contenir une carte de la carte de la carte, et ainsi jusqu'à l'infini. »

S est ici le territoire de l'Angleterre, et φ, l'application injective qui envoie chaque point du territoire anglais sur un point de la carte. Comme la carte est réalisée sur une portion seulement

[13] Voir [Dug76], p. 88-89

[14] Pour une analyse des hésitations et des réactions de Dedekind, voir [Dug76], p. 89.

du territoire, on a $\varphi(S) \subsetneq S$. Le dispositif, à la fois simple et extrêmement maîtrisé, représente de façon très suggestive l'ensemble des éléments que l'on trouve dans la condition de réflexivité. Royce en joue d'ailleurs. Retrouvant des intuitions, qui remontent à la découverte grecque des irrationnels (voir notamment la construction des pentagones enchassés les uns dans les autres, qui « illustre » l'irrationalité du nombre d'or), il affirme que la suite formée des ouverts correspondants aux cartes enchassées convergent vers un point, et demande comment varie ce point en fonction de la position de la première carte. Il demande également ce qu'il se passe lorsque la représentation n'est pas exacte, comme c'est le cas dans la réalité, c'est-à-dire ce qui se passe lorsque φ n'est pas injective – la réponse étant que la régression s'arrête au bout de n étapes.

Royce n'est pas le seul à avoir imaginé des dipositifs « littéraires » destinés à illustrer la définition dedekindienne de l'infini. Russell évoque ainsi dans les *Principles*, le paradoxe de Tristram Shandy[15], qui s'attriste d'avoir mis un an à écrire l'histoire des vingt quatre premières heures de sa vie, et de ne pouvoir, à ce rythme, achever sa biographie. Russell soutient que, s'il vivait infiniment longtemps, Tristram Shandy n'aurait aucune raison de se plaindre, car alors il pourrait, non pas évidemment terminer son histoire, mais ne laisser aucun jour de son existence non racontée dans sa biographie. De Borges aux auteurs de science-fiction[16], les reprises de ces procédures de mise en abîme sont légions. [17]. Mais ce changement de registre de discours, ne doit pas, dans le cas du philosophe américain, être traité simplement comme une élégante variation stylistique, destinée à habiller un nouveau et fascinant concept mathématique. Il me semble qu'elle prépare à beaucoup plus, à un rapatriement de la notion d'infini dans le champ de la métaphysique. Royce ne vulgarise pas, à proprement parler, le texte de Dedekind – le lecteur qu'il vise n'est pas « l'honnête homme », mais Bradley lui-même, et ses disciples.

Ainsi, la notion d'application injective (et l'idée est peut-être déjà présente chez Dedekind dans l'emploi du terme *Abbildung*) est spontanément conçu par Royce comme la mise en forme du concept post-cartésien de représentation adéquate ou distincte [Roy01], p. 509 : « ces images », affirme le philosophe en parlant des images par l'application injective, « sont toutes *distinctes*, de telle manière que les différents éléments ont toujours différents représentants ». Il est bien question

[15] [Rus03], §340

[16] Je pense en particulier à Philipe K. Dick.

[17] Ce qui semble étonnant, et qui pourrait, peut-être, donner lieu à une recherche plus poussée, est la constance, dans les diverses exploitations littéraires du même schéma dedekindien, d'une interprétation : S est très souvent assimilée à la vie et ses événements, $\varphi(S)$ au livre et à son écriture, dont le temps est également un temps de vie. Je ne résiste pas au plaisir de citer la très belle conclusion de *Magies partielles du « Quichotte »* qui propose une analyse des raisons du succès de ce dispositif [[Bor57], p. 85] : « Pourquoi sommes-nous inquiets que la carte soit incluse dans la carte et les mille et une nuits dans le livre des *Mille et une nuits* ? [...] Je crois en avoir trouvé la cause : de telles inventions suggèrent que si les personnages d'une fiction peuvent être lecteurs ou spectateurs, nous, leurs lecteurs ou leurs spectateurs, pouvons être des personnages fictifs. En 1833, Carlyle a noté que l'histoire universelle est un livre sacré, infini, que tous les hommes écrivent et lisent et tâchent de comprendre, et où, aussi, on les écrit. »

ici du concept classique, leibnizien disons[18], d'idée adéquate, dont l'ordre et la disposition entre les parties préservent l'ordre et la disposition des parties de l'objet représenté. La relation entre la carte géographique et le territoire est d'ailleurs utilisée par le philosophe comme modèle de ce qu'est une expression « fondée dans la nature » (à quoi Leibniz oppose les représentations conventionnelles, linguistiques)[19]. Dans la présentation de Royce, la définition positive de l'infini se présente comme une mise en abîme du concept de représentation distincte, puisqu'un système auto-représentatif n'est rien d'autre qu'une idée adéquate qui aurait comme propriété particulière d'être une partie de l'objet qu'elle représente[20]. Ce qui laisse penser que, d'une certaine façon, le concept de système auto-représentatif serait directement issu pour lui d'un usage singulier de la théorie de l'idée adéquate.

Mais, dans l'opuscule de Royce, c'est surtout par un autre mouvement que s'effectue la rencontre entre mathématiques et métaphysique. Dans son traité, Dedekind sépare de façon très nette la *définition* du système infini, de la *preuve* qu'il existe un tel système. Chez Royce, cette distinction, cruciale, s'estompe. Tout se passe en fait comme si le philosophe s'efforçait d'unifier ce qui chez le mathématicien était distingué. Autrement dit, le Soi ou le monde de mes pensées, n'est pas seulement, dans *The One, the Many, and the Infinite*, un exemple d'ensemble infini ; il est le noyau à partir duquel se développe la structure des ensembles *self-representative*. Ainsi Royce écrit-il, dans son introduction à la troisième partie de son traité [[Roy01], p. 513] :

> L'usage réellement très profond que fait Dedekind du *mein Gedankenwelt* comme d'un exemple paradigmatique de l'infini *suggère* une intéressante relation entre le concept de Soi et celui de la simple forme mathématique appelée la série numérique – une relation sur laquelle nous reviendront bientôt. (Nous soulignons)

Comme l'emploi de « suggérer » l'indique, Royce est conscient ici de pousser le texte au-delà de son sens originel. Mais, nous allons maintenant le voir, toute son intervention tient précisément dans cette distortion méditée de la présentation théorique originelle.

La seconde moitié du traité de Royce est en effet consacré à l'examen des rapports de trois

[18] Royce ne cite cependant pas Leibniz ; il se réfère par contre constamment à Spinoza, non pas vraiment d'ailleurs à sa théorie de l'idée adéquate, mais plutôt à sa doctrine de l'idée de l'idée ; on verra bientôt pourquoi.

[19] Voir le fragment *Qu'est-ce qu'une idée ?*, in [Lei98], p. 446 : « On voit aussi que, parmi les expressions, certaines ont un fondement dans la nature, et les autres sont en partie au moins fondées arbitrairement, comme le sont les expressions produites au moyen de sons ou de caractères. Quant à celles qui sont fondées dans la nature, elles postulent ou bien une certaine similitude, comme celle qui existe entre un grand cercle et un petit, ou entre une région et la carte géographique de la région ; ou en tout cas une connexion comme celle qui existe entre le cercle et l'ellipse qui le représente optiquement... ».

[20] Royce définit d'abord la représentation distincte, et en vient, seulement dans un second temps, à l'idée de système auto-représentatif [[Roy01], p. 504] : « Essayons de construire une carte qui sera, dans ce sens [celui de distincte], parfaite, mais dont le dessin sera soumis à une condition spécifique. Il semblerait que, si nos capacités de dessinateur de carte étaient parfaites, nous pourrions dessiner notre carte là où nous le souhaitons. Choisissons alors, pour une fois, de *la dessiner dans et sur une partie de la surface de la région même à cartographier*. A quel résultat conduirait la réalisation de ce projet ? »

systèmes infinis : le système numérique, le Soi (*Self*) et l'Être (*Being*). Je vais ignorer complètement tout ce qui relève de l'Être – le but du philosophe américain semble être de définir le *Being* comme un pure individu et une pure volonté, et son propos, confus je trouve, s'éloigne heureusement ici à la fois de la critique de Bradley et du texte de Dedekind. Par contre, l'analyse que Royce propose du rapport entre Soi et système numérique, l'interprétation qu'il propose du paragraphe 66 de *Was sind und was sollen die Zahlen ?*, me paraît à la fois maîtrisée, originale et stimulante.

En un mot, Royce voit dans la référence que Dedekind fait à la structure de *mein Gedankenwelt* une reprise de la théorie hégelienne et fichtéenne du Soi [[Roy01], p. 526] :

> Ayant considéré l'auto-représentation essentiellement dans l'abstrait, nous pouvons en venir maintenant à d'autres illustrations des systèmes relationnels auto-représentatifs. En se lançant dans une telle tâche, nous pourrons, c'est certain, pour la première fois dans cette discussion, énoncer la source logique précise du bon ordre [*the good order*] du système numérique, dont le caractère auto-représentatif [...] est simplement dû au fait que la série des nombres est une image purement abstraite, pour ainsi dire un squelette nu et desséché, du système relationnel qui caractérise un Soi idéalement complet. Cette observation, dans la forme présente, ne peut pas être imputée à Hegel, bien que son analyse et la doctrine fichtéenne du Soi, implique une théorie dont le développement devrait selon toute apparence prendre cette forme plus moderne.

Suit un développement sur le mépris affiché par Hegel et Fichte à l'égard des mathématiques, qui ne vise pas, comme c'est le cas chez Russell, à disqualifier leur métaphysique, mais au contraire à montrer que cette attitude les a empêché de développer toutes les implications de leurs intuitions. C'est à Dedekind, explique Royce, que l'on doit la redécouverte d'un lien déjà virtuellement présent chez Hegel et Fichte. Je cite : « L'observation sus-dite concernant le parallélisme entre la structure de la série des nombres et le squelette nu du Soi idéal, est plutôt due à Dedekind qu'aux philosophes idéalistes[21]. »

Mais en quoi Fichte et Hegel anticiperaient-ils ce parallèle entre Soi et série des nombres ? Le lien entre les deux est, selon Royce, fourni par le concept de système relationnel auto-repréntatif, c'est-à-dire par la condition φ est similaire et $\varphi(S) \subsetneq S$. Ce serait cette auto-réflexivité que Hegel et Fichte ont, selon Royce, mis au fondement du concept de Soi. Le philosophe ne s'explique nul part clairement à ce sujet – il ne cite ainsi aucun texte de Hegel ou de Fichte. De nombreux passages de la *Philosophie de l'Esprit*, relatifs à la conscience de soi, permettent cependant, me semble-t-il, de saisir l'idée. J'en cite un (l'addendum au §424) qui me paraît s'ajuster de façon

[21] [Roy01], p. 527

pas trop artificiel aux propos de Royce [[Heg88], p. 527] :

> Dans l'expression [de la conscience de soi] *Moi = Moi*, est exprimé le principe de l'absolue *raison* et *liberté*. La liberté et la raison consistent en ce je m'élève à la forme du *Moi = Moi*, que je reconnais tout comme ce qui est *mien*, comme *moi*, que je saisis chaque objet comme un membre dans le système de ce que je suis moi-même, – bref, en ce que j'ai dans *dans une seule et même conscience* le *Moi* et le *monde*, que je me retrouve moi-même dans le monde, et que, à l'inverse, j'ai dans ma conscience ce qui *est*, ce qui a de l'*objectivité*.

La conscience de soi est la conscience de l'unité du Moi, c'est-à-dire aussi de l'unité de la conscience et du monde. Le monde qui me fait face, est un monde mien, et en ce sens, il n'est pas extérieur au Moi – mais, dans la mesure où la différence entre Moi et non-Moi est au fondement de toute conscience, la conscience de soi n'est que le mouvement de se nier elle-même. C'est cette caractérisation du Soi, comme être se rapportant négativement à lui-même, se réfléchissant en lui-même, que Royce identifie, semble-t-il, avec le concept de système auto-représentatif. On pourrait ainsi proposer cette « traduction » : S serait le Soi ou le monde des pensées ; $\varphi(S)$ serait la conscience qui représente l'ensemble du monde des pensées, et $S/\varphi(S)$ serait le monde. D'un côté, $\varphi(S)$ serait l'image de S par φ, c'est-à-dire que le sous-ensemble $\varphi(S)$ représenterait S – le Moi refléterait l'ensemble des tous les objets, qui, en ce sens, sont miens ; d'un autre, on a $\varphi(S) \subsetneq S$, c'est-à-dire que $\varphi(S)$ n'est qu'une partie de S – le Moi est lui-même un objet parmi d'autres dans le monde. Autrement dit, S serait à tout à la fois un être et l'opération de se différencier en une image de soi qui n'est pas soi[22]. L'acte de réflexion, que Fichte et Hegel mettent au centre de la structure du Soi, jouerait donc ici le rôle de l'*Abbildung* similaire φ : le Moi apparaitrait à la fois comme une chose parmi d'autres ($\varphi(S)$), et comme mon être lui-même, que je ne peux nier qu'en me niant moi-même (S).

Á propos de ce lien tissé entre la définition « abstraite » d'un ensemble infini et le concept de Soi, deux choses méritent d'être notées. En premier lieu, si la notion de Soi est « concrète », au sens où elle illustre et exemplifie la concept de système auto-représentatif, Royce souligne son caractère idéal. Le philosophe américain distingue ainsi parfaitement Soi idéal et Soi psychologique. L'argument, développé notamment par Russell, selon lequel nous ne distinguons en réalité pas l'idée de l'idée, et ainsi de suite, n'est pas recevable, car le *Self* dont il est question, n'est pas le Soi empirique, mais le Soi objectif, ou plutôt le concept de Soi, tel qu'il est, par exemple,

[22] Cf. par exemple ce passage de [Royce1898, p. 524], où Royce, commentant l'argument de Dedekind mobilise spontanément la terminologie du Soi : « Mais puisque [$\varphi(S)$] représente la *totalité* de la série des nombres originale, elle doit contenir, comme partie de soi-même, une représentation de son propre soi [*a representation of its own self*] comme c'est le cas dans la série des nombres.

développé dans la logique de Hegel. Le second point sur lequel Royce met l'accent est que la vraie notion de totalité n'est pas, contrairement à ce que croyait Bradley, donnée dans l'expérience intuitive immédiate, mais fournie par cette notion de Soi dont Dedekind construirait le squelette formel. La vraie totalité est donnée par l'idée de complétude, telle que Royce la conçoit : un système incomplet est un système auquel il manque la représentation de lui-même ; un système complet, une vraie totalité, c'est, au contraire, un système auto-représentatif [[Roy01], p. 553] : « L'Univers », c'est-à-dire le véritable tout, pour Royce, « en tant qu'[il est] Sujet-Objet, contient une image complète et parfaite, ou une conception de soi-même. Il est, en conséquence, dans sa structure, tout à la fois Un, en tant que système unique, et aussi une *Kette* infinie. Sa forme est celle d'un Soi. »

Nous avons désormais en main toutes les cartes pour comprendre la critique que Royce adresse à Bradley. *Die Zahlen* permet de répondre affirmativement à la question posée par Bradley, concernant l'existence d'un système satisfaisant les demandes de l'intellect [[Roy01], p. 534] :

> L'auto-représentation [*Self-representation*] [...] n'est pas simplement, pour ainsi dire, la propriété ou l'accident de la série des nombres ; mais est, logiquement parlant, son principe génétique. [...] Ce que nous remarquons ici est que la constitution de la série des nombres, avec toutes ses conséquences, est explicitement définie comme la forme d'un Soi complet, considérée bien entendu dans son ébauche la plus simple et la plus abstraite. Ici enfin, l'Intellect, « de par son propre mouvement », « lui-même par lui-même », définit ce qui, dans notre expérience temporelle, qu'elle soit sensible ou intellectuelle, ne se trouve bien entendu nulle part comme donné, à savoir un système auto-représentatif d'objets, parallèle dans sa structure avec ce que serait la structure du *Gedankenwelt* s'il était le *Welt* d'une pensée complètement consciente d'elle-même, telle qu'aucun de ses actes n'échouerait à être un de ses objets intellectuels propres.

Selon Royce, le système auto-représentatif satisfait complètement aux exigences de l'intellect, telles que Bradley lui-même les avaient formulées dans l'appendice *Contradiction and Contrariety* – une telle notion, fondamentale, est donc ce qui permet d'échapper au scepticisme, et de substituer à l'idéalisme sceptique de Bradley un nouvel idéalisme, rationaliste dans son essence [[Roy01], p. 537] :

> Notre pensée recherche son propre travail comme son objet. C'est l'essence même de cet effort que laisser l'intellect exprimer son propre mouvement [*self-movement*]. Mais faire de son propre travail son objet, observer de nouveau ce qui a été accompli, c'est simplement rétablir, comme un fait à encore connaître, le processus même dont

> le premier résultat est observé lorsque l'intellect contemple l'acte [*deed*] qui vient d'être accompli. [...] Ce qui nous intéresse est la structure positive de la totalité du monde intellectuel. Nous avons trouvé cette structure. C'est la structure d'un système auto-représentatif [...].

Non seulement Royce lie, en détournant la lettre du texte de Dedekind, le concept de Soi et celui d'infini, mais il fonde sur cette idée une critique de la version sceptique de l'idéalisme bradleyen. Le Soi est, selon Royce, la véritable forme de l'Absolu, et l'Absolu est donc une totalité dont l'intellect peut saisir la structure abstraite – [Roy01], p. 553-554 : « Aucune philosophie qui ignore complètement ce fait élémentaire [*i.e.* tout ce qui est est un système auto-représentatif] ne peut être appelée rationnelle. »

3 L'interprétation de Royce est-elle fondée ?

Royce ne s'arrête pas là. Le philosophe américain, non satisfait par le lien établi entre subjectivité et arithmétique, tente de prouver, j'y ai fait allusion plus haut, que l'Être lui-même est un système auto-représentatif – et il développe pour ce faire une théorie assez confuse de l'individualité et de la volonté, dont le lien avec l'opuscule de Dedekind est très lâche. Au lieu, de continuer à suivre Royce, je vais interroger la pertinence de cette reconstruction purement métaphysique de *Was sind und was sollen die Zahlen ?*. Reprécisons tout de suite que Royce ne vise pas à décrire fidèlement le raisonnement de Dedekind, mais à l'exploiter dans un cadre qui n'est pas celui des mathématiques. Le philosophe californien souligne lui-même qu'il prolonge une « suggestion » de Dedekind ; en confondant volontairement les deux moments de la définition d'un système infini et de la preuve d'existence, Royce sait qu'il va au-delà de la lettre même du texte[23]. Mais malgré ces distortions, reconnues comme telles, n'y a-t-il pas dans l'usage que fait Royce des travaux d'un mathématicien dont la réputation de sobriété, en matière de commentaires métaphysiques, n'est plus à faire, quelque chose d'extrêmement pertinent et de profondément juste ? J'aimerais indiquer, dans ce qui suit, pourquoi je crois que ce lien tissé entre la nature du Soi et le développement logique de l'arithmétique, tel que le conçoit Dedekind, n'est pas aussi aberrant qu'il peut paraître à première vue.

[23] La lecture de Royce consiste à prendre au sérieux le §66 de *Die Zahlen*, et à partie de ce paragraphe pour établir une connexion entre la pensée de Dedekind et l'idéalisme de Hegel et de Fichte. De ce point de vue, l'interprétation proposée par Royce est diamétralement opposée à celle proposée par Dugac, qui voit dans ce §66 « le seul théorème de Dedekind dont la « démonstration » ne cadre pas avec la pensée mathématique dedekindienne. [...] On reste quand même perplexe devant cette démonstration, dont le caractère mathématique n'est pas évident, teintée comme elle est de philosophie et même de psychologie ! » [[Dug76], p. 88-89]. Royce, s'il oppose métaphysique et psychologie, et s'il prend comme point de départ ce qui doit être considéré selon Dugac comme une anomalie, ne dit finalement pas autre chose.

Selon toute vraisemblance, c'est au §13 de *Les Paradoxes de l'Infini* de Bolzano, évoqué par Russell, que Dedekind reprend l'idée de sa preuve. Le philosophe tchèque base sa démonstration sur la possibilité, à partir d'une proposition donnée p, d'en former une autre « p est vrai », et d'amorcer ainsi une régression à l'infini[24]. Le point important est que, chez Bolzano, le syntagme « proposition » désigne, non pas un jugement, *i.e.* le résultat d'une synthèse subjective, mais un objet réel, indépendant de toute activité mentale. Sur ce point, Dedekind s'éloigne de son prédécesseur, puisque le monde des pensées du §66 est explicitement celui d'un Moi. D'où vient ce décalage entre Dedekind et Bolzano ? Pourquoi le mathématicien réintroduit-il le sujet, et ne se satisfait-il pas du raisonnement du philosophe tchèque ? Quel sens accorder à ce déplacement dans le projet fondationnel de Dedekind ?

Il semble clair que cet infléchissement apporte de l'eau au moulin de Royce, car rien, sur le plan mathématique, n'exige que les vérités en soi cède la place au *Gedankenwelt*. Il semblerait donc que ce soit pour des raisons épistémologiques globales, tenant à l'approche que le mathématicien développe de sa discipline, que Dedekind modifie sa présentation, en introduisant, dans le §66, une référence au Soi. Pour tenter de comprendre les raisons de ce déplacement, je vais distinguer deux niveaux d'analyse. Le premier sera celui des influences : cette apparition du Moi est-il l'écho de discussions philosophiques auxquelles Dedekind aurait pris part, ou au moins qui auraient été connues de lui ? A-t-on des éléments pour attester l'existence d'un lien entre les théories de Fichte et de Hegel, par exemple, et Dedekind ? Le second niveau d'analyse est celui du contexte dans lequel le mathématicien publie son traité : à qui est adressé *Was sind und was sollen die Zahlen ?*, et à quoi Dedekind veut-il s'opposer ? Pourquoi Dedekind tient-il à sa preuve de l'existence de l'infini – qui vise-t-elle ?[25]

Pour savoir exactement si le §66 fait écho à des débats philosophiques précis connus de Dedekind, il faudrait aller consulter le *Dedekind Nachlass* – ce que je n'exclus pas, mais que je n'ai pas encore fait. Rien, d'après ce que j'ai lu jusqu'à présent ne laisse entrevoir un intérêt particulier de Dedekind pour la théorie fichtéenne ou hegelienne du Soi. Pire, les principaux commentateurs

[24] Je cite la passage clé, dans la traduction de H. Sinaceur [Bol93], p. 71-72 : « Comme il est facile de le voir, l'ensemble des *propositions et vérités en soi* est infini. Si nous considérons, en effet, une vérité quelconque, par exemple la proposition : « il y a en général des vérités », ou toute autre proposition que je désigne par A, nous remarquons que la proposition : « A est vrai » est différente de A elle-même ; celle-ci a bien évidemment un tout autre sujet que celle-là, le sujet de la proposition étant la proposition A toute entière. Désignons par B cette deuxième proposition : « A est vraie », et réitérons le procédé de dérivation qui nous a déjà donné B à partir de A, nous obtiendrons une troisième proposition à partir de B, et ainsi de suite indéfiniment. »

[25] Il y aurait une dernière strate à examiner : celui du rapport entre la lecture de Royce et les interprétations contemporaines de *Die Zahlen*. Le traité de Dedekind est aujourd'hui une sorte d'Annapurna de la philosophie des mathématiques : aujourd'hui, toutes les grands courants présentent leur interprétation de ce texte, qui semble encore supporter des lectures extrêmement contradictoires. Dans ce cadre, qui est aussi un champ de bataille, où pourrait-on situer l'interprétation proposée par Royce ? Je dirai quelques mots à ce sujet à la fin de la section.

ne font jamais mention d'une influence idéaliste à Göttingen – mais plutôt du rôle prépondérant qu'y joue la pensée de Herbart et de ses disciples, c'est-à-dire du rôle central que joue une forme d'empirisme, fortement lié à la psychologie naissante, et explicitement opposé à l'idéalisme[26]. C'est cependant en allant voir un peu plus près les textes d'un des représentants de la nouvelle philosophie « scientifique », représentant à plusieurs égards très singulier, Hermann Lotze, que j'ai trouvé[27] de quoi alimenter la thèse de Royce. H. Lotze fut professeur de mathématiques, physique et philosophie à Göttingen – ses travaux ont donc été nécessairement connus, sous une forme ou une autre, de Dedekind. Dans sa *Métaphysique*, Lotze, qui fut un scientifique renommé, critique le tour, selon lui, excessivement empiriste que Herbart a imprimé à la pensée, et prône, de façon très claire dans son introduction, un retour vers l'idéalisme objectif et la métaphysique. Or, plusieurs indices semblent indiquer que, dans le §66, c'est aux thèses de Lotze que Dedekind se réfère.

En premier lieu, comme me l'ont indiqué A. Pettoello et C. Maigné, la notion de « *Gedankenwelt* » est un concept que l'on trouve chez Lotze – un concept qui joue un rôle fondamental dans la critique de Herbart, puisqu'il est lié à la fois à l'idée de réflexivité et à celle de l'unité de la conscience [[Lot41], p. 496] :

> Toute comparaison de deux idées, qui finit par trouver que le contenu en est égal ou inégal, suppose l'unité complètement indivisble de Ce qui exécute cet acte de comparaison : ce doit être tout simplement cela même qui a l'idée de a, puis celle de b, et qui en même temps s'aperçoit du genre et de la grandeur de la différence qu'il y a entre les deux idées. Ensuite les divers actes d'une telle comparaison, d'un tel rapprochement, deviennent à leur tour des termes dont le rapport mutuel est signalé à la conscience par une nouvelle action comparative ; ainsi se construit en nous le *monde entier de nos pensées*, non comme simple existence simultanée ou comme succession d'idées diverses, mais *partout pénétré de cette action unitaire* qui, par les relations qu'elle établit entre les divers termes, les *ordonne et les maintient ensemble*. C'est là ce que nous entendons par *l'unité de la conscience*, et ce que nous regardons comme un titre suffisant pour autoriser l'hypothèse d'une âme indivisible. [je souligne]

Bien entendu, il est possible que cette expression de *monde des pensées* se retrouve ailleurs à la même époque ; mais ce qui est ici remarquable, est que l'acception du terme est technique : que les pensées forment monde, qu'elles soient unies dans une conscience une, c'est bien, selon Lotze, à la fois ce que Herbart et ses disciples ne comprennent pas, et ce qui demeure fondamentalement

[26] Sur le lien entre Herbart et Riemann, voir notamment [Fer99], p. 241-247

[27] Je remercie vivement C. Maigné et A. Pettoello de m'avoir indiqué la référence.

juste dans la théorie fichtéenne et hegelienne de la conscience[28].

D'autre part et peut-être surtout, on trouve, toujours dans la troisième partie de la *Métaphysique* des passages proches du contenu du §66. Je cite un extrait particulièrement intéressant, dans lequel, contre Herbart, Lotze défend l'idée que les rapports entre idées, ou plus généralement les idées de réflexion, ne résultent pas de la composition des idées qu'elles prennent pour objet, mais d'une réaction de l'âme à ces premières idées [[Lot41], p. 559] :

> Il se comprend de soi-même que, d'après [ma] conception, tout état quelconque de l'âme, ou toute série d'actes intellectuels qui ont été appliqués à différentes idées pour les comparer et les juger, peut également devenir pour l'âme une nouvelle excitation, l'objet d'une réflexion plus haute encore ; mais il y aurait de l'enfantillage à vouloir compter des réactions de troisième ordre et de quatrième ordre, tant qu'on ne pourrait, au moyen d'une Psychologie détaillée, dont ce n'est pas ici la place, indiquer exactement, dans l'observation intérieure, les phénomènes qui justifieraient l'admission de divers degré de préeminence. Métaphysiquement on ne va pas, avec cela, plus loin qu'avec la simple reconnaissance de ce caractère de l'âme, qui fait qu'elle est, non pas simplement *une enceinte pour la foule des états intérieurs*, mais *le sol vivant qui, par chaque création momentanée dont il a déterminé l'épanouissement, a, en même temps, fait naître en soi de nouvelles conditions pour la production de créations plus élevés.* [je souligne]

Si la réflexivité, qui donne en droit naissance à une régression à l'infini, n'a en elle-même aucun ancrage introspectif réel, il n'en demeure pas moins vrai que ce concept, qui supporte une conception dynamique du Soi, doit être, selon Lotze, défendu. L'idée, qui sera d'une certaine façon reprise par Dedekind, de vouloir « compter des réactions de troisième ordre et de quatrième ordre » est, certes, d'un point de vue psychologique, un enfantillage – mais d'un point de vue métaphysique, cet accent mis sur la réflexivité interne à la structure du Soi n'est qu'une manière d'affirmer que l'âme n'est « pas simplement une enceinte pour la foule des états intérieurs, mais le sol vivant qui, par chaque création momentanée [...] fait naître en soi de nouvelles conditions pour la production de créations plus élevés. ». Lotze conjoint dans ce texte l'ensemble des éléments rassemblés par Royce : une référence claire au concept idéaliste du Soi et à la réflexivité, une critique de la conception psychologisante du Moi, une amorce de récurrence et un lien avec les

[28] Il y aurait ici beaucoup à dire sur le concept de comparaison des idées. Un passage extrait du *Onzième supplément aux conférences de Dirichlet sur la théorie des nombres*, reproduit dans [Ewa96], p. 834, suggère qu'il y un lien entre ce concept et la notion d'*Abbildung* : « aucune pensée d'aucun genre n'est possible sans le pouvoir de l'esprit à comparer une chose a avec une chose a', ou de relier a à a', ou de permettre à a de correspondre à a' – et la science entière des nombres repose également sur cette capacité. L'élaboration de cette idée a été [...] publiée dans mon article 'Was sind und was sollen die Zahlen ?' ; la notation employée ici pour les applications et leurs compositions diffère légèrement dans ses traits externes de celle utilisée ici. ».

entiers – auxquels s'ajoute, de surcroît, une terminologie qui rappelle celle employée par Dedekind (« sol vivant », qui produit des « créations » toujours plus élevées). Si l'hypothèse d'un lien direct entre Fichte, Hegel et Dedekind ne paraît pas pouvoir être attesté, un lien indirect, passant par Lotze, pourrait exister entre l'idéalisme et *Die Zahlen*. L'analyse de Royce ne serait donc pas, de ce point de vue, absolument sans fondement. Je vais renforcer cette première conclusion par l'examen du contexte mathématique et épistémologique dans lequel écrit Dedekind.

Quand l'on présente *Was sind und was sollen die Zahlen ?*, deux lignes problématiques sont habituellement évoquées : d'une part, lorsque l'on compare Dedekind à Frege, l'opposition à Kant et à toute forme d'intuition du numérique ; d'autre part, lorsque l'on rapporte Dedekind à la polémique Cantor / Kronecker, la position vis-à-vis de l'infini actuel et du finitisme. Il me semble que la lecture de Royce éclaire sous un nouveau jour ces deux mises en perspective.

En premier lieu, l'interprétation de Royce permet une articulation extrêmement élaborée du rapport à Kant. Fonder l'arithmétique sur la logique ne signifierait pas seulement, selon Dedekind lu par Royce, se défaire de l'idée que le concept de progression ne prend son sens que dans l'intuition de la série temporelle – fonder l'arithmétique sur la logique, ce serait contester jusqu'au rôle que Kant fait jouer à la temporalité dans la conception du Moi. Le temps est en effet, selon Kant, la raison pour laquelle le Moi n'est jamais saisi comme chose en soi, comme sujet pensant, mais seulement comme phénomène. Je cite un extrait de l'*Anthropologie* [[Kan88], p. 28] :

> Je suis, en tant qu'être pensant, un seul sujet, et le même que le moi en tant qu'être sensible ; mais en tant qu'objet de l'intuition empirique interne, c'est-à-dire *dans la mesure où je suis affecté intérieurement par des sensations dans le temps*, [...] je me connais seulement comme je m'apparais à moi-même, non pas comme chose en soi. (je souligne)

Le temps joue chez Kant un double rôle : rôle positif, en tant que l'intuition interne fournit à l'arithmétique la forme de la succession ; rôle négatif, dans la mesure où la forme temporelle, restant une modalité du sens interne, empêche de saisir le Moi autrement que comme un phénomène. Chez Royce, la critique du rôle que joue la temporalité dans l'arithmétique est immédiatement liée à une description de la structure a-temporelle du Soi. Autrement dit, et cette idée n'est absolument pas présente chez un Frege (l'est-elle chez Dedekind ?) par exemple, le programme d'arithmétisation est complètement fondé dans une conception du Soi, qui le détache de tout rapport au temps. D'une certaine façon, la critique idéaliste de la conception kantienne du sujet et la critique logiciste de la conception kantienne du nombre serait, si l'on en croit le philosophe

américain, les deux faces d'une même pièce : le fait que nous, hommes, comptions, sentions et pensions dans le temps ne signifie pas que la stucture des entiers et que la structure du Soi soient essentiellement liées à, ou soient voilées par, la temporalité [[Roy01], p. 582] : « Déterminer si cet élément ou cet autre appartient à la *Kette*, peut nous prendre ou ne pas nous prendre un long moment. Il implique pour nous la succession, des processus de décompte, et beaucoup de choses du même genre. Ceci, cependant, est dû à notre fortune d'observateur humain [*is due to your fortune as a human observer*]. » Le concept de système auto-représentatif nous permet de penser à la fois la structure non phénoménal, logique, des entiers, et la structure non phénoménal, logique, du Soi. Chez Royce, le projet de logicisation de l'arithmétique est conçu comme un élément d'un ensemble plus vaste, qui vise à minorer le rôle du temps dans la définition du Soi.

Concernant maintenant l'autre contextualisation possible de *Was sind und was sollen die Zahlen ?*, celle qui consiste à s'interroger sur la place du philosophe dans le débat entre Kronecker et Cantor, là encore il me semble que l'interprétation proposée par Royce permet de redistribuer les cartes. J. Ferreirós [[Fer99], p. 244-245] situe très bien, me semble-t-il, le problème : si la défense de l'infini actuel est incontestablement une réponse aux critiques finitistes et constructivistes de Kronecker, la façon dont Dedekind formule les choses l'éloigne des thèses platoniciennes cantoriennes, car là comme ailleurs, le mathématicien de Göttingen souligne le rôle de l'activité humaine et de la libre création [*freie Schöpfung*]. J. Ferreirós pense que Dedekind cherche, dans *Die Zahlen*, une voie médiane entre le finitisme kroneckerien et le platonisme cantorien :

> Dedekind n'était manifestement pas un platoniste, mais n'était pas non plus un empiriste : les objets mathématiques n'existent absolument pas hors de notre esprit, mais ils ne sont pas non plus le simple résultat de nos perceptions ou de l'expérience du monde physique. [Dedekind] fut toujours convaincu que les objets mathématiques et les concepts sont des créations de l'esprit humain [...]. Ce n'est pas par hasard que *Zahlen* a pour motto : « l'homme toujours arithmétise », où l'homme remplace le Dieu de ses prédécesseurs. Pour cette raison, il avait un certain biais « nominaliste », au sens où il évitait de faire référence à des objets abstraits subsistant par soi [...].

Si le diagnostic du commentateur me semble tout à fait correct, la référence au « nominalisme », dans la dernière phrase, me paraît manquer de précision : à quel sens du nominalisme Ferreirós fait-il ici appel[29] ? Comment caractériser la position assumée par Dedekind dans ce débat de façon plus précise ?

[29] Ferreirós dit avoir renoncé à l'entreprise consistant à tenter d'extraire de Dedekind une philosophie ou épistémologie générale ; le commentateur, en mentionnant ici sans plus de précision un biais nominaliste, ne se départit d'une prudence qu'il assume pleinement. Signalons toutefois, que s'il avait à choisir, Ferreirós affirme qu'il défendrait l'idée d'un Dedekind leibnizien.

L'interprétation proposée par Royce offre une réponse à cette question. Ce n'est pas sur le Soi psychologique, mais sur le Soi idéal, le « squelette nu et desséché [d'un] Soi idéalement complet », que Dedekind s'appuierait. On pourrait ainsi comprendre à la fois comment le mathématicien échappe à Kronecker : il s'agit bien pour lui de défendre l'idée d'un infini actuel, et de rejeter les limites finitistes comme simplement psychologiques (le Moi n'est pas une « enceinte pour la foule des états intérieurs » dit Lotze) – tout en évitant de poser l'existence d'objets en soi : c'est la structure d'un objet très particulier, le Soi, qui est en lui-même infini. Dans cette lecture, le §66 ne serait pas simplement une preuve d'existence d'un système infini – il dévoilerait le sens et la portée véritable du projet d'arithmétisation dedekindien : manifester le lien essentiel entre les mathématiques et la structure du Soi. Ce serait bien, contre Cantor, « l'homme » qui « toujours arithmétise », et aucune théorie des nombres ne serait possible sans recours à l'esprit humain. En même temps, l'esprit dont il est question ne serait pas celui de l'homme concret, il ne serait pas le Soi empirique, comme le pense les finitistes, mais le Soi idéal, non psychologique – citons un extrait de la lettre à Weber [[Ewa96], p. 835][30] : « Nous sommes une race divine et nous possédons, sans aucun doute, un pouvoir créateur, non pas simplement dans les choses matérielles (chemin de fer, télégraphe), mais surtout dans choses spirituelles. ». La référence au divin éloigne ici toute interprétation empirique du Soi.

Résumons. Même si aucun élément ne permet d'affirmer l'existence d'une influence directe sur Dedekind de la doctrine idéaliste du Soi, la lecture de Royce ne nous semble pas, pour au moins deux raisons, invraisemblable. D'une part, certains indices, qu'il conviendrait certes d'étudier de plus près, semblent attester de la reprise par le mathématicien, à la fois d'un vocabulaire, de concepts et de thèmes présents dans les écrits du philosophe H. Lotze, amorçant alors un retour vers l'idéalisme. D'autre part, le lien tissé entre nombres et Soi idéal permet de tenir ensemble les principales pièces du puzzle que constitue *Die Zahlen* : le logicisme de Dedekind et le refus de toute intuition du temps, son insistance sur la création et l'activité humaine, la place centrale de l'arithmétique, le rôle du §66. Il reste que cette interprétation purement « métaphysique » force, on l'a déjà dit, la lettre de *Die Zahlen*, en faisant jouer à la preuve de l'existence d'un ensemble infini un rôle central ; le monde de mes pensées n'est plus conçu comme seulement un exemple de système infini, mais comme la matrice de toutes les progressions.

[30] Nous aurions pu également convoquer l'extrait du *Nachlass* publié dans [Ewa96], p. 837 : « De tous les moyens que l'esprit humain a crée jusqu'à présent pour simplifier sa vie – c'est-à-dire pour simplifier le travail en quoi consiste le penser – aucun n'est d'aussi grande importance et n'est autant rattaché à la nature la plus intime de l'esprit que le concept de *nombre*. L'arithmétique, dont le seul objet est ce concept, est déjà aujourd'hui une science dont l'ampleur est immense, et il ne peut y avoir aucun doute qu'il n'y a absolument aucune limite à son développement futur ; et le domaine de ses applications est également immense, car chaque homme, même s'il ne le saisit pas clairement, est un homme des nombres, un arithméticien. »

4 Conclusion : mathématiques et métaphysique chez Bradley, Royce et Russell

Revenons, pour conclure, à Bradley et aux lectures critiques que Russell et Royce en ont fait. Le seul point commun entre Russell et Royce est négatif : il est de se servir des nouvelles mathématiques pour critiquer Bradley. Mais alors que Russell prétend que seule une métaphysique réaliste, débarrassée de tout préjugé psychologique, est apte à rendre compte de ces théories, Royce voit, lui, dans le raisonnement de Dedekind une occasion de renouveler l'idéalisme. Il est difficile d'imaginer deux approches plus opposées que celles-ci. Ce choc frontal pourrait, dans un premier temps au moins, redonner des couleurs à la philosophie de Bradley : le fait que les mêmes travaux mathématiques puissent donner lieu à des interprétations aussi divergentes ne montre-t-il pas que la rationalité métaphysique n'a rien à voir avec la légalité mathématique ? Et, dans ces conditions, la position, prudente, de Bradley, qui consiste à la fois à confesser son « inaptitude » aux mathématiques et à tenir bon sur la recherche des premiers principes, *i.e* la métaphysique, n'est-elle pas finalement la plus raisonnable ?

La lecture de la correspondance Bradley-Russell est à cet égard édifiante[31]. L'auteur de *Appearance and Reality*, tout en reconnaissant sa compétence dans le domaine logique et mathématiques, ne cesse de reprocher à Russell son manque de cohérence – il frappe d'ailleurs souvent juste[32] : qu'en est-il, dans les *Principles*, de l'unité de la proposition ? Quel est le statut exact de la notion de classe ? Peut-on réellement soutenir que la différence est une relation ? Tout se passe comme si Bradley, ayant confessé son inaptitude aux mathématiques, attendait de Russell qu'il fasse de même dans le domaine de la métaphysique, et admette que les apories énumérées dans *Appearance and Reality* ne trouvent, chez lui, aucune réponse satisfaisante[33].

Pour ma part, je trouve cette attitude bradleyenne à la fois déplaisante et excessivement timorée. Déplaisante, parce que l'ignorance n'oblige pas : faire l'aveu de son inaptitude en mathématiques ne saurait être le gage de quoi que ce soit, et surtout pas d'un quelconque talent en métaphysique[34]. Mais plus profondément, l'idée que la métaphysique et les mathématiques (ou

[31] [Rus]

[32] Voir [Bra14], p. 281-287

[33] Ceci ressort, me semble-t-il, de la façon dont Bradley présente sa critique de Russell dans [Bra14], p. 280 : « Je vais maintenant faire quelques remarques au sujet de certaines des idées fondamentales utilisées par M. Russell, et je vais tenter de montrer que ces idées contiennent des contradictions [*inconstencies*]. Je ne suis, en un sens, pas à la hauteur de cette tâche. Je suis complètement incompétent pour évaluer la grande œuvre de M. Russell (*Principles of Mathematics*). Mais, si la partie mathématique est aussi bonne que la partie philosophique, je suis certain qu'il a produit un livre d'une valeur singulière. Me restreindre à une critique unilatérale d'idées que je ne peux que partiellement comprendre est ingrat de ma part, et je ne le ferai pas si je ne me sentais pas en un sens obligé de le faire. »

Derrière la rhétorique, on retrouve l'idée d'un partage possible, entre d'une part, ce qui relève des mathématiques, et de l'autre, ce qui relève de la seule métaphysique.

[34] Bradley fait très souvent appel à son incapacité à comprendre et plus généralement à l'introspection, dans son

tout autre discipline) seraient des disciplines juxtaposables, sans lien l'une avec l'autre, comme des casiers dans une armoire, et qu'une des vertus intellectuelles serait la politesse de ne pas empiéter sur le territoire des voisins, me semble profondément étrange et inutilement pusillanime. En quoi les concepts devraient-ils respecter les découpages institutionnels, qui à l'époque, n'étaient pas, de surcroît, aussi rigides qu'aujourd'hui ?

Je crois que c'est entre autres à Bradley que Russell pense lorsqu'il écrit le dernier chapitre de *The Problems of Philosophy*[35], où il dénonce les pensées timorées, égo-centrées. Chez Bradley, ce n'est certes pas « le désir de prouver la parenté du monde et du Moi » qui est à l'origine d'une auto-affirmation stérile, puisque le philosophe anglais veut montrer précisément le contraire, l'altérité de la pensée et de la réalité. Mais le scepticisme de Bradley ressortit à la même étiologie : la volonté de satisfaire *son* intellect et *ses* demandes, sans chercher à l'ajuster et à l'aiguiser au contact d'une positivité extérieure, ici les mathématiques.

En revanche, il me semble que Russell se trompe lorsqu'il englobe dans sa description et sa critique l'ensemble de l'idéalisme. La belle analyse de Royce manifeste que la pusillanimité et le refus de se confronter à la positivité scientifique ne sont absolument pas l'apanage de l'idéalisme, que la générosité n'est donc pas non plus le propre de l'atomisme logique. La vraie différence n'est ainsi pas la plus apparente : la proximité est plus grande entre Royce et Russell, qu'elle ne l'est entre les deux idéalistes. *The One, the Many, and the Infinite* vise à renouveler l'idéalisme en partant de Dedekind. Non seulement le texte de Royce montre que les nouvelles mathématiques ne sont pas, comme le croyait à la fois Russell et Bradley, incompatibles avec l'idéalisme, mais plus encore : il suggère que le cadre métaphysique naturel de *Die Zahlen* est une forme de l'idéalisme. Et même sur ce point, il n'a, me semble-t-il, peut-être pas complètement tort.

Références

[All05] James W. Allard. *The Logical Foundations of Bradley's Metaphysics. Judgement, Inference, and Truth.* Cambridge University Press, 2005.

[Bol93] Bernard Bolzano. *Les paradoxes de l'infini.* Seuil, 1993.

[Bor57] Jorge Luis Borges. *Enquêtes (1937-1952).* Gallimard, 1957.

[Bra93] Francis Herbert Bradley. *Appearance and Reality.* Clarendon Press, Oxford, 1893.

[Bra14] Francis Herbert Bradley. *Essays on Truth and Reality.* Clarendon Press, 1914.

argumentation. Des formules comme : « It is intolerable to my mind to speak of ... », « M. Russell's main position has remained to myself incomprehensible », « I cannot follow any train of reasoning which is highly abstract », ... Ce trait ne relève pas seulement d'une pesante rhétorique ; il est profondément lié au scepticisme bradleyen et à l'idée que la réalité nous est donnée dans l'expérience perceptuelle.

[35] Voir [Rus12], p. 177-185.

[Can97] Georg Cantor. Beiträge zur begründung der transfiniten mengenlehre. *Mathematische Annalen*, 46, 49 :481–512, 207–246, 1895/97.

[Ded88] Richard Dedekind. *Was sind und was sollen die Zahlen ?* dans la trad. anglaise in *Essays in the theory of numbers.* Dover, New-York, 1888.

[Dug76] Pierre Dugac. *Richard Dedekind et les fondements des mathématiques.* Vrin, 1976.

[Ewa96] W. B. Ewald, editor. *From Kant to Hilbert : A source book in the foundations of mathematics*, volume 2. Oxford University Press, Oxford, 1996.

[Fer99] José Ferreiròs. *Labyrinth of thought. A history of set theory and its role in modern mathematics.* Birkhäuser Verlag, 1999.

[Heg88] G. W. F. Hegel. *Encyclopédie des sciences philosophiques, volume III, Philosophie de l'Esprit.* Vrin, 1988. Traduit, annoté par B. Bourgeois.

[Hil22] David Hilbert. Neubegründung der mathematik, cité dans la trad. anglaise de [Ewa98]. *Abhandlungen mathematischen Seminar Universität Hamburg*, 1 :157–177, 1922.

[Kan88] Emmanuel Kant. *Anthropologie du point de vue pragmatique.* Vrin, 1988.

[Lei98] G. W. Leibniz. *Recherches générales sur l'analyse des notions et des vérités. 24 thèses métaphysiques et autres textes logiques et métaphysiques.* introd. et annoté par J-B. Rauzy. Presses Universitaires de France, 1998.

[Liv87] Pierre Livet. Intersubjectivité, réflexivité et récursivité chez fichte. *Archives de philosophie*, 50 : 4, 1987.

[Lot41] Hermann Lotze. *Metaphysik,* dans la trad. française de A. Duval, Firmin-Didot, 1883. 1841.

[Roy01] Josiah Royce. *The world and the individual.* Peter Smith, Goucester, Mass., 1898-1901.

[Rus] Bradley / Russell. Correspondance. Russell Archives, McMaster University.

[Rus03] Bertrand Russell. *The Principles of Mathematics.* Routledge, London, 1903.

[Rus12] Bertrand Russell. *The Problems of Philosophy,* cité dans la trad. fr. de F. Rivenc, Payot, 1989. Oxford University Press, 1912.

[Rus21] Bertrand Russell. *Introduction to mathematical philosophy,* cité dans la trad. fr. de F. Rivenc, Payot, 1991. George and Allen, 1921.

[VH67] Jean Van Heijenoort, editor. *From Frege to Gödel. A source book in mathematical logic, 1879-1931.* Harvard University Press, 1967.