



**HAL**  
open science

## Sur la complexité de l'indépendant dominant avec obligation dans les graphes

Christian Laforest, Timothée Martinod

► **To cite this version:**

Christian Laforest, Timothée Martinod. Sur la complexité de l'indépendant dominant avec obligation dans les graphes. 22e Journées Graphes et Algorithmes, Nov 2020, Distanciel, France. hal-04462038

**HAL Id: hal-04462038**

**<https://uca.hal.science/hal-04462038>**

Submitted on 16 Feb 2024

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## C. Laforest et T. Martinod : Sur la complexité de l'indépendant dominant avec obligation dans les graphes

Christian Laforest, LIMOS, Aubière, christian.laforest@isima.fr  
Timothée Martinod, LIMOS, Aubière, timothee.martinod@uca.fr

Notre travail [1] s'inscrit dans l'étude du problème de domination (voir [2]). Dans un graphe  $G = (V, E)$ ,  $V' \subseteq V$  est un *indépendant dominant* si  $V'$  est un indépendant de  $G$  et si chaque sommet de  $V/V'$  est voisin d'au moins un sommet de  $V'$ . Nous étudions ici une variante de ce problème classique. Pour l'exprimer, nous ajoutons au graphe  $G = (V, E)$  d'entrée une partition  $\pi = V_1, \dots, V_k$  de l'ensemble  $V$  de ses sommets. Chaque partie  $V_i$  de  $\pi$  est appelée une *obligation*. Nous dirons qu'un indépendant dominant  $V'$  de  $G$  *respecte* les obligations  $\pi$  si, pour tout  $i = 1, \dots, k$ , soit  $V_i \subseteq V'$  ( $V_i$  est entièrement dans  $V'$ ) soit  $V_i \cap V' = \emptyset$  (aucun sommet de  $V_i$  n'est dans  $V'$ ). Si un tel  $V'$  existe il s'agit d'un *Indépendant Dominant avec Obligation (IDO)* de  $(G, \pi)$ . Dans [3], il est montré que décider si  $(G, \pi)$  possède un *IDO* est NP-complet. Nos principaux résultats ici sont les suivants. Nous montrons que déterminer si l'instance  $(G, \pi)$  contient un *IDO* est NP-complet, même si les obligations sont toutes des indépendants de  $G$  et contiennent toutes  $\lambda \geq 2$  sommets, même si le graphe est un chemin ou s'il est de diamètre trois. Devant la difficulté de décider qu'une instance contient ou pas un *IDO*, nous avons relâché la contrainte de dominer tous les sommets ce qui conduit à étudier le problème suivant. Nous cherchons  $V' \subseteq V$ , un indépendant de  $G$ , respectant les obligations et dominant le nombre maximum de sommets de  $G$ . Dans ce contexte, nous avons montré que déterminer s'il existe une solution dominant au moins  $3\sqrt{n} - 2$  sommets est NP-complet même si le graphe (de  $n$  sommets) est une collection de chemins. Par ailleurs nous avons montré comment construire une solution dominant au moins  $2\sqrt{n} - 1$  sommets dans un graphe quelconque, si les obligations sont stables.

## Références

- [1] C. Laforest and T. Martinod, *On the complexity of Independent Dominant with Obligations in graphs*, hal-02946979, soumis (2020).
- [2] T. W. Haynes, S. Hedetniemi and P. Slater, *Domination in Graphs : Advanced Topic*, CRC press (1998).
- [3] A. Cornet and C. Laforest, *Graph Problems with Obligations*, conférence COCOA, LNCS 11346 (2018), 183–197.