



HAL
open science

Les transferts de chaleur dans la Terre

Thierry Menand

► **To cite this version:**

| Thierry Menand. Les transferts de chaleur dans la Terre. Licence. France. 2022. hal-03046809v3

HAL Id: hal-03046809

<https://uca.hal.science/hal-03046809v3>

Submitted on 14 Apr 2022 (v3), last revised 6 Nov 2023 (v6)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - ShareAlike 4.0 International License

Les Transferts de Chaleur dans la Terre

Licence Sciences de la Terre

UNIVERSITÉ CLERMONT AUVERGNE

ÉCOLE DE L'OPGC

Thierry Menand

Ce document traite des transferts de chaleur dans la Terre. C'est un support pour le cours *Mathématiques et physique appliquées aux sciences de la Terre* suivi par les étudiants en 2^e année de Licence Sciences de la Terre à l'École de l'OPGC (Université Clermont Auvergne).

Prérequis : toutes les notions mathématiques vues en 1^{re} année de licence scientifique, et les notions d'informatique et commandes MATLAB (ou tout autre logiciel de calcul numérique) vues en 2^e année de Licence Sciences de la Terre pour représenter de manière graphique les résultats des exercices.

Bonne lecture!

Thierry Menand

13 avril 2022


Libre accès –  Ce document est mis à disposition selon les termes de la Licence Creative Commons Attribution 4.0 International (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/>).

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Les unités structurales majeures de la Terre	1
1.2	Distribution de la pression dans la Terre	6
1.3	Distribution de la température dans la Terre	10
1.4	Température et chaleur	11
1.5	La chaleur émise par la Terre	12
2	Sources de chaleur	14
2.1	La chaleur initiale	14
2.2	Production de chaleur par radioactivité	14
2.3	Chaleur fournie par le noyau terrestre	16
2.4	Bilan énergétique global	16
3	Le géotherme terrestre	17
3.1	La surface de la Terre	17
3.2	La lithosphère	18
3.2.1	La conduction de la chaleur	18
3.2.2	La conductivité thermique des roches	23
3.2.3	La lithosphère océanique	24
3.2.4	La lithosphère continentale	34
3.2.5	Implications	41
3.3	Le manteau	43
3.3.1	La convection thermique	43
3.3.2	La convection dans le manteau	47
3.4	Le noyau	50
4	Le géotherme terrestre : implications pour la formation des roches	50
A	Exercices	59
A.1	Production de chaleur radioactive dans les basaltes et les granites	59
A.2	Transfert thermique par rayonnement	59
A.2.1	Température à la surface de la stratosphère	59
A.2.2	Rayonnement thermique à la surface d'un lac de lave	59
A.2.3	Chaleur émise en différents endroits de la surface de la Terre	59
A.2.4	À la surface du soleil	60
A.3	Conduction de la chaleur à travers un mur	60
A.3.1	Sans isolation	60
A.3.2	Avec isolation	60
A.4	Mesure de la conductivité thermique des roches	60
A.5	Géotherme de la lithosphère océanique	62
A.5.1	En négligeant production de chaleur interne et couverture sédimentaire	62
A.5.2	Effet de la production de chaleur interne	62
A.5.3	Effet de la couverture sédimentaire	63
A.6	Décroissance exponentielle du taux de production de chaleur	63
A.6.1	Indépendance vis à vis de l'érosion	63
A.6.2	Relation entre Q_s et A_0	63
A.7	Géotherme de la lithosphère continentale	64
A.7.1	Calcul du géotherme continental	64

A.7.2	Effet de la production de chaleur crustale sur l'épaisseur de la lithosphère	64
A.7.3	Effet de la production de chaleur crustale sur la densité de flux de chaleur fournie par le manteau	64
A.7.4	Effet de la production de chaleur crustale sur le géotherme continental	64
A.7.5	Densité de flux de chaleur dans la province de Basin and Range (ouest des États-Unis)	65
A.8	Démarrage de la convection de Rayleigh-Bénard	65
B	Solutions	67
B.1	Production de chaleur radioactive dans les basaltes et les granites	67
B.2	Transfert thermique par rayonnement	67
B.2.1	Stratosphère	67
B.2.2	Lac de lave	67
B.2.3	Différents endroits de la Terre	67
B.2.4	Soleil	67
B.3	Conduction de la chaleur à travers un mur	67
B.3.1	Sans isolation	67
B.3.2	Avec isolation	68
B.4	Mesure de la conductivité thermique des roches	68
B.5	Géotherme de la lithosphère océanique	68
B.5.1	En négligeant production de chaleur interne et couverture sédimentaire	68
B.5.2	Effet de la production de chaleur interne	68
B.5.3	Effet de la couverture sédimentaire	69
B.6	Décroissance exponentielle du taux de production de chaleur	69
B.6.2	Relation entre Q_s et A_0	69
B.7	Géotherme de la lithosphère continentale	69
B.7.1	Calcul du géotherme continental	69
B.7.2	Épaisseur continentale	69
B.7.3	Densité de flux de chaleur fournie par le manteau	69
B.7.4	Effet de A sur le géotherme continental	70
B.7.5	Province de Basin and Range	70
B.8	Démarrage de la convection de Rayleigh-Bénard	70
C	Solutions détaillées	71
C.1	Production de chaleur radioactive dans les basaltes et les granites	71
C.2	Transfert thermique par rayonnement	71
C.2.1	Stratosphère	71
C.2.2	Lac de lave	71
C.2.3	Différents endroits de la Terre	72
C.2.4	Soleil	72
C.3	Conduction de la chaleur à travers un mur	73
C.3.1	Sans isolation	73
C.3.2	Avec isolation	74
C.4	Mesure de la conductivité thermique des roches	76
C.5	Géotherme de la lithosphère océanique	79
C.5.1	En négligeant production de chaleur interne et couverture sédimentaire	79
C.5.2	Effet de la production de chaleur interne	80
C.5.3	Effet de la couverture sédimentaire	82
C.6	Décroissance exponentielle du taux de production de chaleur	83

C.6.1	Indépendance vis à vis de l'érosion	83
C.6.2	Relation entre Q_s et A_0	84
C.7	Géotherme de la lithosphère continentale	85
C.7.1	Calcul du géotherme continental	85
C.7.2	Épaisseur continentale	85
C.7.3	Densité de flux de chaleur fournie par le manteau	87
C.7.4	Effet de A sur le géotherme continental	88
C.7.5	Province de Basin and Range	88
C.8	Démarrage de la convection de Rayleigh-Bénard	89

Bibliographie		93
----------------------	--	-----------

1 Introduction¹

La Terre peut être comparée à une énorme machine thermique. Sa chaleur fournit l'énergie motrice qui anime tous les processus géodynamiques, qu'il s'agisse du fonctionnement des réservoirs magmatiques, de la formation et de la structure de la croûte ou de la lithosphère, de la convection du manteau, de la tectonique des plaques ou encore de la formation du champ magnétique terrestre et de son maintien pendant plusieurs milliards d'années. Le fonctionnement de la Terre et son évolution dans le temps dépendent de cette énergie.

C'est aussi le cas de la formation et de la composition des roches terrestres. Il faut toutefois noter que les processus de formation des roches ignées ou métamorphiques se distinguent particulièrement de ceux à l'origine des roches sédimentaires. En effet, les processus impliqués dans la formation des roches sédimentaires sont, pour la plupart, observables à la surface de la Terre. L'examen minutieux des environnements dans lesquels les sédiments actuels se déposent nous donne ainsi des informations sur l'origine de la plupart des roches sédimentaires. En revanche, les processus à l'origine des roches ignées et métamorphiques opèrent en grande partie en profondeur (à l'exception notable des éruptions volcaniques), ce qui nous empêche de les observer directement. En conséquence notre compréhension de la formation de ces roches doit se fonder sur des arguments physico-chimiques, issus des études expérimentales et théoriques. Un des points fondamentaux de la formation des roches est qu'elle dépend fortement de la pression et de la température, qui augmentent toutes les deux avec la profondeur. Les mécanismes de formation des roches varient donc également avec la profondeur, et les réactions physico-chimiques opèrent d'autant plus rapidement que la température est élevée.

La chaleur fournit donc l'énergie motrice qui anime pratiquement tous les phénomènes géologiques, et elle contrôle la température au sein de la Terre et donc la vitesse à laquelle ces phénomènes se réalisent. Mais avant d'étudier plus en détails la façon dont les transferts de chaleur opèrent dans la Terre, nous allons d'abord rappeler quelques points importants sur la structure interne de la Terre et sur les deux paramètres cruciaux que sont la pression et la température. Nous aborderons ensuite un point encore plus important : la différence qui existe entre chaleur et température.

1.1 Les unités structurales majeures de la Terre

La Terre est généralement divisée en trois unités structurales majeures : la *croûte*, le *manteau* et le *noyau*. Cette division a été proposée tôt dans l'histoire de la sismologie à la suite de la découverte de discontinuités majeures dans l'enregistrement des vitesses des ondes sismiques (les ondes de compression P et les ondes de cisaillement S). Vous en apprendrez plus sur la sismologie en 3^e année de licence dans l'UE Géophysique, en particulier le modèle géophysique de référence de Dziewonski et Anderson (1981)² sur les distributions de vitesses sismiques et de densité dans la Terre, c-à-d leur évolution avec la profondeur (*Preliminary Reference Earth Model* ou *modèle PREM*). Pour l'instant, il nous suffit de savoir qu'on explique ces discontinuités comme des limites qui séparent des zones distinctes chimiquement ou minéralogiquement. Bien qu'on ne puisse pas déterminer avec certitude la composition de

1. Cette section est reprise pour partie du chapitre d'introduction du livre de A. Philpotts et J. Ague, *Principles of Igneous and Metamorphic Petrology*, (2009, Cambridge University Press, 2nd edition) et des premiers chapitres du livre de C. Jaupart et J.-C. Mareschal, *Heat Generation and Transport in the Earth* (2011, Cambridge University Press).

2. A. M. Dziewonski and D. L. Anderson (1981). Preliminary reference Earth model. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, **25**, 297–356.

ces zones, des estimations raisonnables peuvent néanmoins être faites en se basant sur les vitesses sismiques, la masse et le moment d'inertie de la Terre, et les concentrations en éléments chimiques des météorites et du soleil.

La croûte océanique a une épaisseur d'environ 6 km et est composée majoritairement de roches basaltiques. Par contre, la croûte continentale est plus épaisse, environ 35 km, et a une composition essentiellement granodioritique, composition riche en potassium, uranium et thorium qui produisent de la chaleur par désintégration radioactive. L'augmentation des vitesses sismiques avec la profondeur dans les continents indique la présence en profondeur de roches avec des concentrations plus riches en fer et magnésium, et donc des roches de composition probablement basaltique.

À la base de la croûte se trouve la discontinuité de Mohorovičić (le *Moho*). Celle-ci marque une augmentation brutale des vitesses sismiques. Sous le Moho se trouve le manteau constitué principalement de cristaux d'olivine et de pyroxène, c-à-d de péridotite.

Encore plus bas, la disparition des ondes S à la limite manteau-noyau indique la présence de matière sous forme liquide. Le principal modèle de formation de la Terre postule qu'elle s'est formée par l'accrétion de chondrites météoritiques et leur composition implique que le noyau terrestre est principalement constitué de fer et de nickel, et la convection de ces phases métalliques liquides génère le champ magnétique terrestre. La pression et la température augmentant avec la profondeur, le liquide du noyau subit un changement de phase pour former le noyau interne solide, la *graine* ; autrement dit, la limite noyau externe-noyau interne marque le plancher d'une chambre magmatique métallique géante qui se solidifie lentement au fur et à mesure que la Terre perd sa chaleur. Les ondes sismiques dans la graine solide se propagent plus rapidement dans la direction nord-sud que le long d'un chemin équatorial ce qui indique que la graine est cristallographiquement ou structurellement anisotrope. Par ailleurs, la graine tourne sur elle-même plus rapidement que le manteau, ce qui peut jouer un rôle dans la genèse du champ magnétique terrestre.

En plus de ces unités majeures, les sismologues détectent d'autres discontinuités avec lesquelles ils subdivisent la Terre de manière plus fine (Figure 1), et ils peuvent déterminer la distribution tridimensionnelle des vitesses sismiques dans toute la Terre grâce à l'analyse des enregistrements sismiques générés par les tremblements de Terre à l'aide des réseaux sismiques qui couvrent tout le globe. Cette tomographie révèle la complexité des différentes unités structurales de la Terre.

D'une importance particulière pour la pétrologie et la tectonique des plaques, la zone qui se trouve approximativement entre 70 et 250 km de profondeur suivant le contexte géodynamique est caractérisée par une diminution marquée des ondes de cisaillement et est connue sous le nom de couche à faible vitesse (*low velocity layer*). Parce qu'elle est considérablement plus ductile que les couches qui la recouvrent, cette couche est aussi appelée *asténosphère*. Au-dessus de l'asténosphère, les roches, plus rigides, forment la croûte et la partie du manteau supérieur, qui constituent ensemble la *lithosphère* (Figure 1). Les faibles vitesses sismiques et résistance mécanique de l'asténosphère sont attribuées à de faibles taux de fusion, qui peuvent peut-être atteindre 10 % dans les régions à forts flux de chaleur. Cette fusion partielle est une source importante de magma et agit comme un lubrifiant pour la tectonique des plaques.

Entre 410 et 660 km, la vitesse des ondes sismiques augmente rapidement. Ce changement

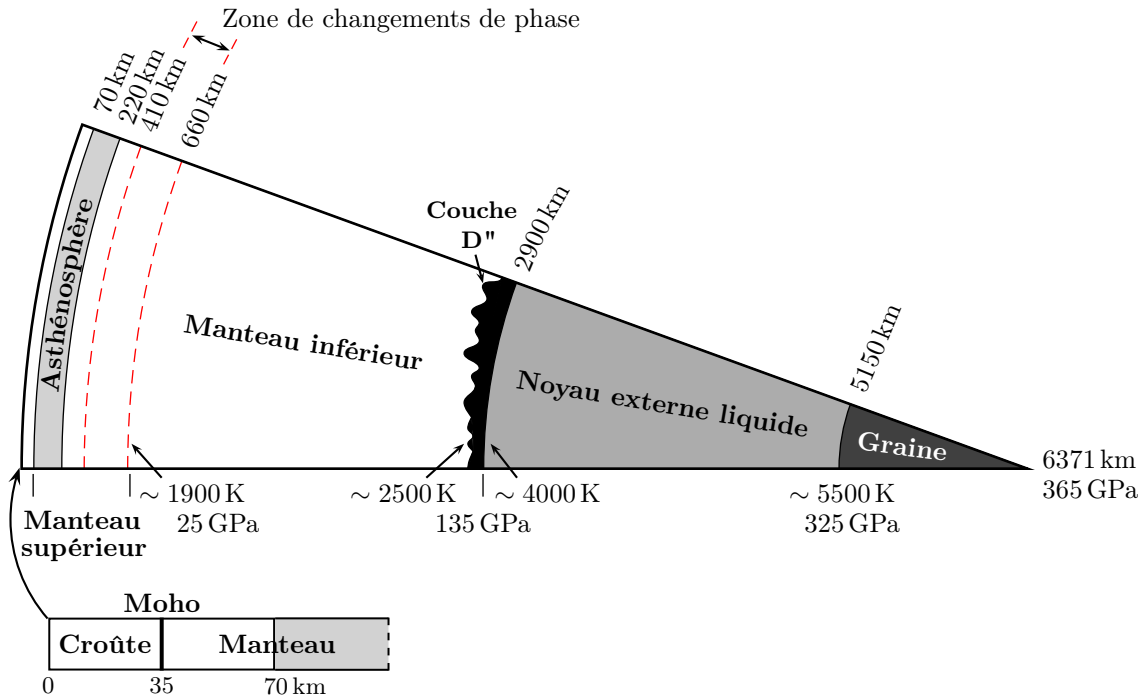


FIGURE 1 – Divisions majeures dans la Terre sur la bases des ondes sismiques (adapté de Philpotts and Ague, 2009, Fig. 1.1). Notez que la lithosphère (c-à-d la croûte plus la partie rigide du manteau), qui est la couche terrestre d'où proviennent la quasi-totalité des roches exposées à la surface de la Terre, ne constitue qu'une infime fraction de la Terre.

apparaît essentiellement à deux profondeurs bien déterminées. La première, à 410 km, correspond à un changement de phase cristalline, l'olivine se transformant en spinelle. La seconde, à 660 km, correspond à un autre changement de phase cristalline, cette fois entre la ringwoodite (au-dessus de 660 km) et la pérovskite (en dessous de 660 km). En dessous de 660 km et jusqu'à la limite noyau-manteau, les vitesses sismiques augmentent plus lentement et plus continuellement ; c'est ce que l'on dénomme le manteau inférieur. Bien que sa composition soit mal connue, il représente 56 % de notre planète. Les études de tomographie sismique révèlent des variations considérables dans les vitesses des ondes sismiques, variations qui seraient dues à des changement de température ou de composition.

À la base du manteau inférieur se trouve une couche de roches d'épaisseur variable (environ 200 à 350 km) et hétérogène thermiquement et chimiquement qui sépare le manteau du noyau. Cette couche, appelée *couche D''* ou *couche D seconde*, est marquée par des variations importantes du gradient de vitesses sismiques (reflétant peut-être la présence d'une phase particulièrement dense de la structure pérovskite appelée post-pérovskite) ainsi qu'une polarisation des ondes de cisaillement qui se propagent plus rapidement horizontalement (ce qui indique une orientation préférentielle soit des cristaux soit de leur structure cristallographique). Enfin, à la base de la couche D'' se trouve une zone de 5 à 40 km d'épaisseur avec des vitesses sismiques extrêmement faibles, vraisemblablement liée à la fusion partielle des roches induite par la chaleur relâchée par la convection rapide du noyau liquide sous-jacent. Bien que la composition chimique de la couche D'' reste incertaine, on suppose généralement que cette couche contient des restes des matériaux anciens de la Terre (remontant peut-être même aux premiers instants de sa formation), qu'elle est une sorte de cimetière constitué des plaques

subduites qui auraient traversé tout le manteau, ou encore une zone de réaction chimique entre le noyau et le manteau.

Lorsqu'on manipule les nombres élevés pour décrire les pressions et profondeurs auxquelles les magmas sont générés, il est facile de perdre de vue qu'on ne traite en fait que de la partie la plus superficielle de la Terre. La quasi-totalité des roches que les géologues sont capables d'examiner se sont formées dans la partie supérieure de la lithosphère. Nous ne sommes donc capables d'examiner de manière directe qu'une fraction infime de l'ensemble de la Terre. Je vous invite donc à revenir de temps en temps jeter un œil à la Figure 1 pour ne pas oublier ce point important.

La structure de la Terre et la composition variée de ses différentes enveloppes sont le résultat du transfert de la chaleur dans la Terre, et il en est de même pour la lithosphère. Malgré son volume relativement faible, la lithosphère contient une grande variété de roches et de structures dont on explique la complexité avec la théorie de la tectonique des plaques, notamment l'origine et la formation des roches ignées et métamorphiques. Dans la théorie de la tectonique des plaques, la lithosphère est une partie dynamique de la Terre qui subit des changements importants en raison des transferts de chaleur depuis l'intérieur de la Terre vers la surface. La surface de la Terre est séparée en plusieurs plaques, et chaque plaque bouge comme une unité rigide par rapport à celles qui la bordent. Lorsque des plaques s'éloignent l'une de l'autre, du matériau provenant du manteau doit remplir l'espace créé. Ainsi le long des dorsales océaniques, qui sont des limites de plaques divergentes, l'asthénosphère remonte, se décomprime et fond partiellement pour former du magma basaltique qui va remonter et se solidifier au contact de la surface, créant la nouvelle lithosphère. Ailleurs, du matériel lithosphérique doit être consommé sous peine de voir la circonférence de la Terre augmenter. C'est ce qui se passe dans les zones de subduction où les plaques lithosphériques plus froides et donc plus denses que leurs voisines plongent dans le manteau. Les matériaux à la base de la croûte peuvent aussi subir des transformations métamorphiques et devenir suffisamment denses pour être délamnés de la lithosphère et recyclés dans le manteau. Enfin, des plaques adjacentes peuvent glisser l'une contre l'autre le long de failles transformantes, comme la faille de San Andreas par ex.

Les mouvements latéraux et verticaux des plaques lithosphériques peuvent induire des variations latérales importantes de la température des roches à une même profondeur. Ceci est illustré par la courbe en tireté rouge sur la Figure 2 qui joint tous les points à 500 °C (l'*isotherme* 500 °C) à travers une section typique de la lithosphère. Dans une région continentale qui est thermiquement stable, cet isotherme se trouve généralement à une profondeur d'environ 40 km, profondeur qui reflète un équilibre entre le taux auquel la chaleur est transportée depuis l'intérieur de la Terre vers la lithosphère, le taux de production de chaleur par désintégration radioactive dans la lithosphère et le taux auquel la chaleur est transportée de la lithosphère vers la surface de la Terre. Au niveau des dorsales océaniques, la formation de magma liée à la remontée d'une asthénosphère chaude déplace l'isotherme vers des niveaux plus proches de la surface. Au fur et à mesure que la lithosphère nouvellement formée s'éloigne de la ride, sa température diminue par conduction et à cause des circulations d'eau de mer, ces dernières créant également une altération hydrothermale des roches. Avec ce refroidissement, la lithosphère s'épaissit, devient plus dense et plonge plus profondément dans l'asthénosphère, ce qui augmente la profondeur des océans au fur et à mesure qu'on s'éloigne des rides océaniques. Dans les zones de subduction, le plongeon de la plaque lithosphérique froide dans l'asthénosphère déforme l'isotherme vers de plus grandes profondeurs, induisant un

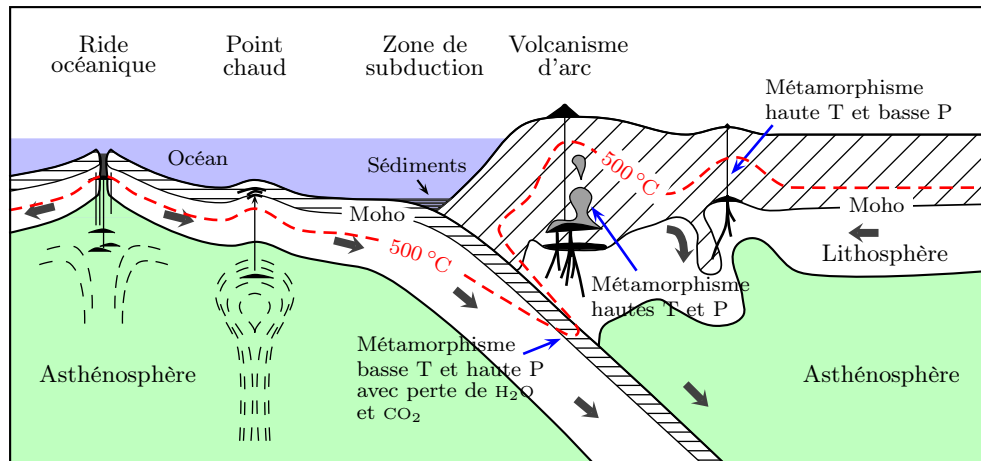


FIGURE 2 – Section schématisée et exagérée verticalement de la lithosphère et l’asthénosphère montrant une plaque océanique s’éloignant d’une ride océanique et alimentant une zone de subduction sous une plaque continentale (adapté de Philpotts and Ague, 2009, Fig. 1.2). Les croûtes océanique et continentale sont représentées en hachuré. La plupart des roches ignées naissent au niveau des rides océaniques ou dans les zones de subduction, et la plupart des roches métamorphiques se forment au niveau des limites de plaques convergentes. Les gammes de pression (P) et de température (T) subies par les roches sont en grande partie dictées par la tectonique des plaques, et la courbe en tireté rouge représente de manière schématique comment la profondeur (et donc la pression) de l’isotherme $500\text{ }^{\circ}\text{C}$ varie en fonction de sa position par rapport à la dorsale océanique et à la zone de subduction.

métamorphisme à faible température et haute pression des roches du plancher océanique. Ce métamorphisme relâche de l’eau et du dioxyde de carbone qui modifie la composition du matériel qui se trouve dans le coin mantellique, compris entre la plaque océanique plongeante et la plaque continentale stable, et favorise sa fusion partielle pour donner naissance à des magmas basaltiques et andésitiques. Ces magmas étant moins denses que le manteau environnant, leur flottabilité leur permet de remonter au moins jusqu’à la base de la croûte continentale. Là, les magmas basaltiques denses peuvent former des intrusions de magmas dans la croûte ou au contraire s’accumuler sous la croûte et former du sous-placage. Lors de son refroidissement, ce magma transmet sa chaleur à la croûte environnante et peut éventuellement la faire fondre. Ceci formera ainsi des magmas granitiques qui par la suite remonteront et s’accumuleront dans la croûte pour former des plutons et des batholithes, et les magmas qui atteindront la surface donneront naissance à des éruptions rhyolitiques. Les magmas andésitiques quant à eux peuvent continuer leur trajet jusqu’à la surface pour former de larges stratovolcans. Le transport de tout ces magmas au-dessus de la plaque plongeante vers la base de la croûte continentale déforme les isothermes vers le haut, ce qui en retour permet le métamorphisme à haute température et haute pression et potentiellement la fusion partielle des roches crustales. Si les roches basaltiques qui se sont accumulées à la base de la croûte sont métamorphosées en assemblages minéralogiques plus denses, ces nouvelles roches peuvent se détacher (processus de délamination) et être recyclées dans le manteau. La lithosphère et l’asthénosphère qui remplacent ce matériel sont plus chaudes et en conséquence les isothermes qui se trouvent au-dessus d’une zone de délamination remontent à de plus faibles profondeurs. De la fusion partielle peut avoir lieu dans cette asthénosphère qui remonte ou bien au sein des roches plus denses qui s’enfoncent dans le manteau pour produire des basaltes particulièrement riches en potassium. Par ailleurs, la remontée des isothermes et l’intrusion de magmas au-dessus des

zones délaminées favorisent un métamorphisme à haute température et faible pression. Lorsqu'on s'éloigne des zones de subduction et des zones délaminées, on retrouve une lithosphère continentale thermiquement stable où l'isotherme 500 °C retourne à une profondeur moyenne d'environ 40 km.

Ces variations de la profondeur à laquelle se trouvent les isothermes produisent une grande gamme de conditions possibles du couple pression-température. En retour, ces conditions contrôlent les processus de formation des roches. Si la Figure 2 nous permet de comprendre *qualitativement* comment la pression et la température peuvent varier au sein de la lithosphère, cela reste néanmoins insuffisant pour déterminer précisément les processus de formation et la composition des roches. Nous allons donc voir comment on détermine la pression et la température dans la Terre.

1.2 Distribution de la pression dans la Terre

La pression augmente avec la profondeur dans la Terre. À haute pression, les roches se comportent comme si elles étaient des fluides extrêmement visqueux (bien que ces roches soient solides), on dit qu'elles fluent. La profondeur en-dessous de laquelle ceci a lieu est appelée la transition ductile-fragile (*brittle-ductile transition*) : à des profondeurs moindres, les roches se comportent de manière fragile et peuvent donc générer des séismes ; à de plus fortes profondeurs par contre, les roches fluent sans casser. Cette transition se trouve généralement à une profondeur d'environ 15 km, c'est pourquoi l'hypocentre de la plupart des séismes se trouve à des profondeurs plus faibles. Des séismes ont aussi lieu à de plus grandes profondeurs, généralement en zone de subduction, et la raison en est que le mouvement de la plaque subduite déplace les roches relativement froides de cette plaque à grande profondeur et que celles-ci cassent de manière fragile avant d'avoir eu le temps de se réchauffer complètement au contact du manteau. Les réactions métamorphiques qui libèrent des fluides peuvent aussi augmenter la pression interstitielle et ainsi fracturer les roches, particulièrement celles ayant une faible perméabilité. Enfin, les déformations induites par les intrusions magmatiques peuvent aussi fracturer les roches. Néanmoins, la réponse aux contraintes des roches à long-terme est celle du fluage, et ceci nous permet de calculer la pression à n'importe quelle profondeur dans la Terre de la même manière qu'on calcule la pression hydrostatique dans de l'eau : la différence est qu'ici on parle de *pression lithostatique* car cette pression est liée à la charge des roches au-dessus d'une profondeur donnée.

Pour trouver la relation entre la pression lithostatique P et la profondeur z , nous allons établir le bilan des forces qui s'exercent sur un petit volume élémentaire de roches : la somme des forces devra être nulle pour que ce volume élémentaire soit à l'équilibre statique (première loi de Newton). Prenons un petit volume (un *volume élémentaire*) de côtés dx , dy , dz très petits (Figure 3). L'axe Oz est dirigé vers le bas avec la valeur $z = 0$ prise à la surface de la Terre, la face supérieure (orange) du volume se situe à une profondeur z et sa face inférieure se situe à une profondeur $z + dz$. L'axe Ox est dirigé de la gauche vers la droite sur la figure : la face à gauche est repérée par la position x et la face à droite (jaune) est repérée par $x + dx$. Enfin, l'axe Oy est dirigé de l'avant vers l'arrière de la figure : la face en avant (orange foncé) se trouve en y et la face en arrière en $y + dy$.

Considérons maintenant les forces qui s'exercent sur ce volume. Les roches environnantes exercent les pressions P_1 à P_6 sur chaque face du volume. Par ailleurs, l'accélération gravitationnelle terrestre \vec{g} exerce une force verticale $m\vec{g}$ (le poids) sur la masse m du volume.

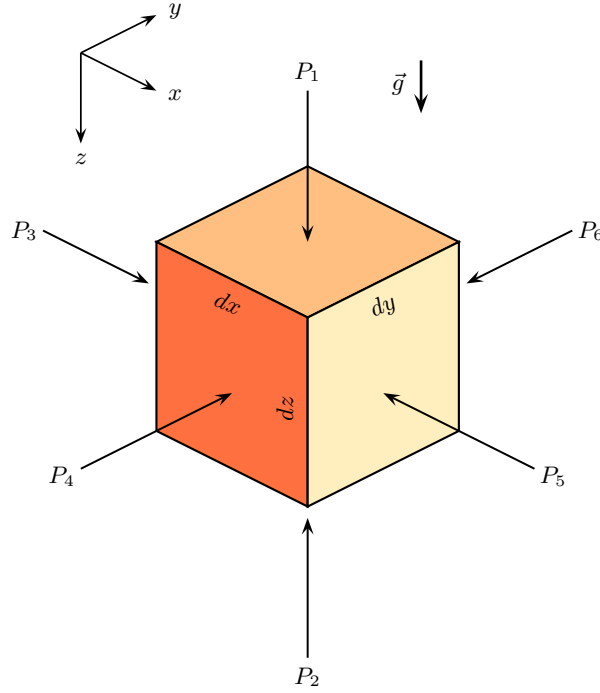


FIGURE 3 – Volume élémentaire de roches, de côtés dx , dy , dz . Les pressions P_1 à P_6 s'exercent sur les six surfaces du volume élémentaire (par souci de clarté seules les surfaces en $x + dx$ (jaune), en y (orange foncé) et en z (orange clair) sont représentées sur cette figure). À ces pressions qui s'exercent sur les parois du volume, il faut rajouter celle liée à son poids $m\vec{g}$ (force de volume) exercé par la gravité.

Si notre volume élémentaire est en équilibre statique (pas d'accélération) alors la somme des forces qui s'exercent sur lui est nulle : $\Sigma \vec{F} = \vec{0}$. En décomposant cette relation selon les trois axes Ox , Oy , et Oz , on a donc

$$\Sigma \vec{F}_{//Ox} = \vec{0}, \quad (1)$$

$$\Sigma \vec{F}_{//Oy} = \vec{0}, \quad (2)$$

$$\Sigma \vec{F}_{//Oz} = \vec{0}. \quad (3)$$

La force exercée par une pression P sur une surface S est le produit PS . Donc les équations (1) à (3) se réécrivent

$$\vec{P}_3 dydz + \vec{P}_5 dydz = \vec{0}, \quad (4)$$

$$\vec{P}_4 dx dz + \vec{P}_6 dx dz = \vec{0}, \quad (5)$$

$$\vec{P}_1 dx dy + \vec{P}_2 dx dy + m\vec{g} = \vec{0} \quad (6)$$

Les deux premières équations donnent $\vec{P}_3 = -\vec{P}_5$ et $\vec{P}_4 = -\vec{P}_6$: les pressions sur chacune des faces latérales du volumes s'équilibrent. Mais nous pouvons aller plus loin. Considérons la première de ces trois équations. En projetant les différentes forces sur l'axe Ox et en les prenant positives lorsqu'elles sont dirigées dans le même sens que l'axe et négatives dans le cas contraire, l'équation (4) peut se réécrire

$$\begin{aligned} P_3 dydz - P_5 dydz &= 0 \\ \Leftrightarrow (P_3 - P_5) dydz &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

La technique habituelle avec ce genre d'équations est de la diviser par le volume $dx dy dz$, ce qui donne

$$\frac{(P_3 - P_5)}{dx} = 0. \quad (8)$$

La pression P_3 s'exerce sur la face supérieure située en x , donc $P_3 = P(x)$. De même, $P_5 = P(x + dx)$. L'équilibre des forces parallèlement à Ox représenté par l'équation (8) est donc

$$\begin{aligned} \frac{P(x) - P(x + dx)}{dx} &= 0, \\ \Leftrightarrow -\frac{[P(x + dx) - P(x)]}{dx} &= 0, \\ \Leftrightarrow -\frac{dP(x)}{dx} &= 0, \\ \Leftrightarrow \frac{dP(x)}{dx} &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

La pression P ne varie donc pas avec la position x , elle est indépendante de la position le long de l'axe Ox . Ici, nous avons utilisé la définition de la dérivée (car dx est très petit), $P'(x) = \frac{dP(x)}{dx} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{P(x + dx) - P(x)}{dx}$; gardez là en tête, on s'en sert souvent...

En appliquant le même raisonnement pour l'équation (5), qui représente l'équilibre des pressions parallèlement à l'axe Oy , avec $P_4 = P(y)$ et $P_6 = -P(y + dy)$, nous obtenons

$$\frac{dP(y)}{dy} = 0. \quad (10)$$

La pression P ne dépend donc pas non plus de la position le long de l'axe Oy .

Résultat important : Nous venons de mettre en évidence qu'à une profondeur donnée, la pression lithostatique ne dépend pas de la position latérale où l'on se trouve : à une profondeur donnée, la pression lithostatique est partout la même.

Considérons maintenant l'équilibre des pressions verticales représenté par l'équation (6). La masse m dépend évidemment de la taille du volume élémentaire $dx dy dz$: plus le volume est grand et plus la valeur de m sera élevée. Les deux sont reliés par la masse volumique ρ des roches du volume élémentaire : $m = \rho dx dy dz$. L'équation (6) peut donc se réécrire

$$\begin{aligned} P_1 dx dy - P_2 dx dy + \rho g dx dy dz &= 0, \\ \Leftrightarrow (P_1 - P_2) dx dy + \rho g dx dy dz &= 0, \\ \Leftrightarrow \frac{(P_1 - P_2)}{dz} + \rho g &= 0, \\ \Leftrightarrow \frac{P(z) - P(z + dz)}{dz} + \rho g &= 0, \\ \Leftrightarrow -\frac{[P(z + dz) - P(z)]}{dz} + \rho g &= 0 \\ \Leftrightarrow -\frac{dP(z)}{dz} + \rho g &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Nous obtenons ainsi le gradient vertical de pression lithostatique,

$$\frac{dP(z)}{dz} = \rho g, \quad (12)$$

et la pression lithostatique à une profondeur z s'obtient en intégrant ce gradient entre 0 et z , c-à-d entre la surface et la profondeur z qui nous intéresse :

$$\int_0^z \frac{dP(z)}{dz} dz = P(z) - P(0) = \int_0^z \rho g dz. \quad (13)$$

En toute rigueur, ni la masse volumique des roches ni l'accélération de la pesanteur ne sont constantes : comme le montre la Figure 4, elles varient toutes les deux avec la profondeur z . La pression lithostatique doit donc être calculée en intégrant toute l'expression du gradient (13) :

$$P(z) - P(0) = \int_0^z \rho(z)g(z) dz, \quad (14)$$

$$\Leftrightarrow P(z) = P(0) + \int_0^z \rho(z)g(z) dz. \quad (15)$$

Simplification : Si l'on considère que la masse volumique et l'accélération de la pesanteur sont constantes (ceci est approximativement vrai dans la lithosphère ductile et le manteau terrestre mais pas dans le noyau ; Figure 4), alors le calcul devient facile, et on obtient l'expression de la *pression lithostatique* :

$$P(z) = P(0) + \rho g z = P_{atm} + \rho g z. \quad (16)$$

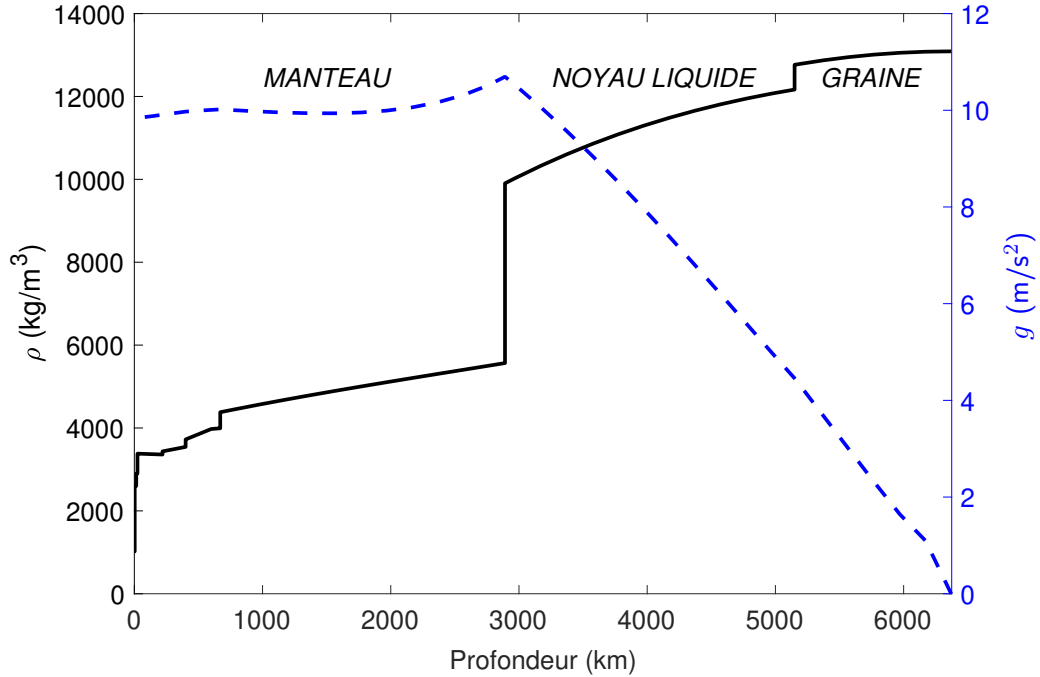


FIGURE 4 – Évolution de la masse volumique ρ (courbe en trait plein noir) et de l'accélération de la pesanteur g (courbe en tireté bleu) avec la profondeur dans la Terre d'après le modèle PREM (Dziewonski and Anderson, 1981). La masse volumique augmente brutalement lorsqu'on passe du manteau au noyau et entre le noyau liquide et la graine. L'accélération de la pesanteur reste quant à elle essentiellement constante dans le manteau, puis décroît continuellement pour devenir nulle au centre de la Terre.

Comme le montre la Figure 4, la masse volumique du manteau terrestre a une valeur moyenne d'environ 4500 kg m^{-3} et l'accélération de la pesanteur dans le manteau reste à peu près constante autour d'une valeur de 10 m/s^2 . L'expression simplifiée de la pression lithostatique donnée par l'équation (16) est donc relativement bonne dans le manteau. Dans le noyau (liquide et solide), cette approximation ne peut plus être faite. De même les contraintes sont rarement lithostatiques dans la lithosphère, en particulier dans sa partie supérieure élastique et fragile : l'état de contraintes y est plus complexe avec des contraintes cisailantes qui viennent se rajouter à la pression ambiante moyenne et induisent un déviateur des contraintes (la différence entre les contraintes réelles et la pression lithostatique) ; c'est le royaume de la tectonique.

Pour illustrer la pression lithostatique (16), nous pouvons calculer la pression à la base d'une croûte continentale de 35 km d'épaisseur et dont la masse volumique moyenne serait de 2700 kg m^{-3} . La pression atmosphérique est de une atmosphère, c-à-d environ 1 bar ou 10^5 Pa , donc

$$P(35 \text{ km}) = 10^5 + 2700 \times 9.81 \times 35 \times 10^3 \simeq 9.3 \times 10^8 \text{ Pa} \simeq 1 \text{ GPa}. \quad (17)$$

Nous voyons qu'en comparaison, la pression atmosphérique peut-être facilement négligée dans le calcul (vous pouvez d'ailleurs facilement vérifier que la pression atmosphérique peut en fait être négligée dès qu'on dépasse quelques *mètres* de profondeur...). Un calcul plus précis de la pression lithostatique dans la croûte peut bien sûr être effectué en prenant en compte la distribution de la masse volumique $\rho(z)$ de la croûte avec la profondeur. Enfin, il est utile d'avoir quelques valeurs repères de la pression qui règne dans le manteau : à une profondeur de 660 km , la limite entre le manteau supérieur et le manteau inférieur, la pression est d'environ 25 GPa ; elle est d'environ 135 GPa à la base du manteau ; d'environ 325 GPa à la limite entre le noyau liquide et la graine ; et d'environ 365 GPa au centre de la Terre.

1.3 Distribution de la température dans la Terre

La température dans la Terre ne peut pas être déterminée aussi facilement que la pression. Les forages n'échantillonnent que les kilomètres les plus superficiels de la croûte terrestre (le forage le plus profond, celui de Kola en Russie, n'atteint qu'une profondeur de 13 km), et extrapoler à partir de ces mesures de surface pour en déduire la température dans les parties les plus profondes de la croûte et dans le manteau est rempli de difficultés. La question de la température au sein de la Terre est une question qui taraude les scientifiques depuis plusieurs siècles. Lorsque Fourier publia sa *Théorie Analytique de la Chaleur* en 1822, le gradient de température à la surface de la Terre était estimé à environ $20 \text{ }^\circ\text{C km}^{-1}$ (une valeur très proche des estimations actuelles), et à partir de cette valeur Fourier conclut que la Terre devait avoir gardé la plupart de la chaleur emmagasinée lors de sa formation. Ceci fut le point de départ des calculs de Lord Kelvin³ sur l'âge de la Terre : en calculant le temps qu'il faudrait à la Terre pour se refroidir à partir d'un état initial totalement fondu, il trouva un âge d'environ 100 Ma . Cet âge est faux parce que 1) le modèle de Kelvin supposait que la Terre ne se refroidit que par conduction et par conséquent négligeait la convection du manteau (nous verrons plus loin que cela fait une *grosse* différence), et 2) le modèle supposait qu'il n'existait pas de source de chaleur interne à la Terre, or comme nous allons le voir la Terre possède une *grande* quantité de chaleur d'origine radioactive (mais la radioactivité était inconnue à l'époque de Kelvin ; elle ne sera découverte qu'une trentaine d'années plus tard par Becquerel, en 1896).

3. W. Thompson (1862). On the secular cooling of the Earth. *Trans. Royal Soc. Edinburgh*, XXIII, 295–311.

Une difficulté pour déterminer la température dans la Terre est qu'il nous est impossible de la mesurer directement à de grandes profondeurs. Toutefois, nous avons à notre disposition la pétrologie expérimentale à haute pression qui nous fournit des estimations précieuses. La limite entre le noyau liquide et la graine solide est la transition de phase liquide-solide du fer, dilué de nickel et de quelques éléments légers. Malgré les incertitudes qui existent sur la composition exacte de la graine, on peut néanmoins estimer que la température à la limite entre le noyau liquide et la graine est d'environ 5500 ± 500 K. Une autre estimation provient de la limite noyau-manteau : à cette profondeur, le noyau externe est toujours liquide et les expériences de haute pression indiquent qu'à cette pression (~ 135 GPa) la température est d'environ 4000 K. Enfin, les mesures effectuées dans les mines et les forages de la croûte donnent des gradients de température compris entre 10 et 60 °C km⁻¹, avec des valeurs d'environ 25 °C km⁻¹ dans les régions non orogéniques. Si l'on extrapole ces valeurs en profondeur, alors au-delà d'environ 50 km la température devrait dépasser 1350 °C. C'est la température au-dessus de laquelle la péridotite sèche commence à fondre mais les données sismiques nous indiquent que les roches sont solides à ces profondeurs : clairement, la température à ces profondeurs doit être inférieure à 1350 °C, c-à-d que le gradient de température doit décroître avec la profondeur. La question qui se pose est alors : pourquoi le gradient de température diminue-t-il avec la profondeur, et peut-on calculer ou prédire ce changement afin de calculer comment la température varie avec la profondeur dans la Terre (ce qu'on appelle le *géotherme*) ?

1.4 Température et chaleur

Pour répondre à cette question nous devons d'abord apprendre à distinguer *température* et *chaleur*, car bien qu'intimement liées ces deux quantités sont fondamentalement différentes. La *température* T est une mesure de l'énergie d'un système ; c'est une valeur scalaire (un nombre donc) exprimée en Kelvin. La *chaleur* est la quantité d'énergie qui est échangée dans un système en réponse à une différence de température ; c'est une valeur vectorielle généralement exprimée en W m⁻² par la densité de flux de chaleur \vec{Q} .

Tous les corps, et quelque soit leur état (solide, liquide ou gazeux), sont composés d'atomes et de molécules, et ces particules de matière ne sont jamais au repos : elles vibrent, elles bougent. Ces particules possèdent donc une énergie cinétique qui est d'autant plus élevée que leur mouvement (vibration, rotation, translation) est important ; la température est une mesure de cette énergie. Dans le cas extrême où toutes les particules d'un corps seraient au repos absolu (pas même une infime vibration), la température de ce corps serait alors de zéro K. Si différentes régions d'un système se trouvent à des températures différentes, alors certaines régions possèdent une plus grande énergie que d'autres : les atomes et molécules de ces régions sont ceux qui vibrent ou bougent le plus fortement, et leur température est la plus élevée ; à l'inverse, dans les régions de plus basse température, les atomes et particules ont l'énergie thermique la plus basse. Mais que se passe-t-il entre ces différentes régions ?

En bordure d'une région à haute température, les atomes et molécules vibrent ou bougent fortement mais ils sont aussi au contact d'une région de température plus faible, où les particules de matières vibrent ou bougent moins fort. À ce contact entre les deux types de particules, celles qui vibrent ou bougent le plus vont avoir tendance à entraîner celles qui vibrent ou bougent moins. Les premières vont ainsi voir leur énergie, et donc leur température, diminuer alors que l'énergie et la température des secondes vont augmenter. C'est ce transfert d'énergie depuis les régions à haute température vers les régions à basse température que l'on appelle la chaleur ; **le transfert d'énergie thermique qu'est la chaleur a toujours lieu des**

températures les plus élevées vers les températures les plus faibles. Cela veut dire que si la température d'un système est uniforme alors il n'y a pas d'échange de chaleur : le système n'échange aucune chaleur si sa température est partout la même, qu'elle soit partout de 20 000 K où seulement 5 K. Dans la réalité, la température n'est jamais uniformément répartie (l'énergie d'un système n'est jamais partout la même), et il y a donc toujours transfert de chaleur des températures les plus élevées vers les plus basses.

Pour exprimer ce transfert de chaleur, on utilise généralement la *densité de flux de chaleur* \vec{Q} qui est la quantité d'énergie thermique échangée (gagnée ou perdue) par unité de temps et par unité de surface à travers laquelle cet échange a lieu : cette densité de flux de chaleur est exprimée en $\text{J s}^{-1} \text{m}^{-2}$ ou en W m^{-2} (*rappel* : $1 \text{ W} = 1 \text{ J s}^{-1}$). Pour la chaleur totale qui est échangée ou transportée par unité de temps, on utilise la *puissance* \mathcal{P} qui est l'intégrale de la densité de flux de chaleur \vec{Q} sur toute la surface S à travers laquelle l'échange de chaleur a lieu :

$$\mathcal{P} = \int_S \vec{Q} \cdot d\vec{S} = \int_S \vec{Q} \cdot \vec{n} dS, \quad (18)$$

où \vec{n} est le vecteur unitaire normal à la surface S et qui en définit l'orientation. Ainsi, si la densité de flux de chaleur \vec{Q} traverse une surface qui est orientée dans le même sens que \vec{Q} , la chaleur transportée à travers cette surface sera positive ; à l'inverse, si la densité de flux de chaleur traverse une surface orientée dans le sens inverse, la chaleur qui est échangée à travers la surface sera négative.

Convention de signe : La convention est généralement de définir les surfaces qui bordent un certain volume en les orientant vers l'extérieur du volume. Un système qui émet de la chaleur a alors des densité de flux de chaleur et puissance positives (\vec{Q} et S sont orientées dans le même sens, vers l'extérieur du volume), par contre elles sont négatives pour un système qui reçoit de la chaleur.

Remarque importante : Si la densité de flux de chaleur qui traverse la surface est uniforme, c-à-d si \vec{Q} est constante en tout point de S , alors le calcul de la puissance est simplifié :

$$\mathcal{P} = \int_S Q dS = QS \quad \text{si } \vec{Q} \text{ est uniforme à travers } S. \quad (19)$$

1.5 La chaleur émise par la Terre

La Terre perd continuellement de la chaleur (et ce depuis 4.5 Ga...) mais la Terre ne perd pas cette chaleur de manière uniforme. Comme le montre la Figure 5, la Terre perd sa chaleur principalement au niveau de ses dorsales océaniques. En comparaison les continents font office d'isolants.

La densité de flux de chaleur \vec{Q} à la surface de la Terre varie énormément d'un endroit à l'autre du globe, et pour calculer la perte totale d'énergie thermique de la Terre nous devons intégrer \vec{Q} sur toute la surface de la Terre, ce qui ne peut se faire que numériquement car il nous est impossible de mesurer la densité de flux de chaleur en tout point de la surface de la Terre (par contre nous pouvons interpoler les mesures que nous possédons, Figure 5). Nous pouvons aussi déterminer la densité de flux de chaleur moyenne à la surface de la Terre. L'intérêt est que cette valeur moyenne nous permettra ensuite de comparer la valeur réelle mesurée en un endroit du globe avec la valeur moyenne, et ainsi de voir si la densité de flux de chaleur à cet endroit est au-dessus ou en dessous de la valeur moyenne ainsi que la valeur

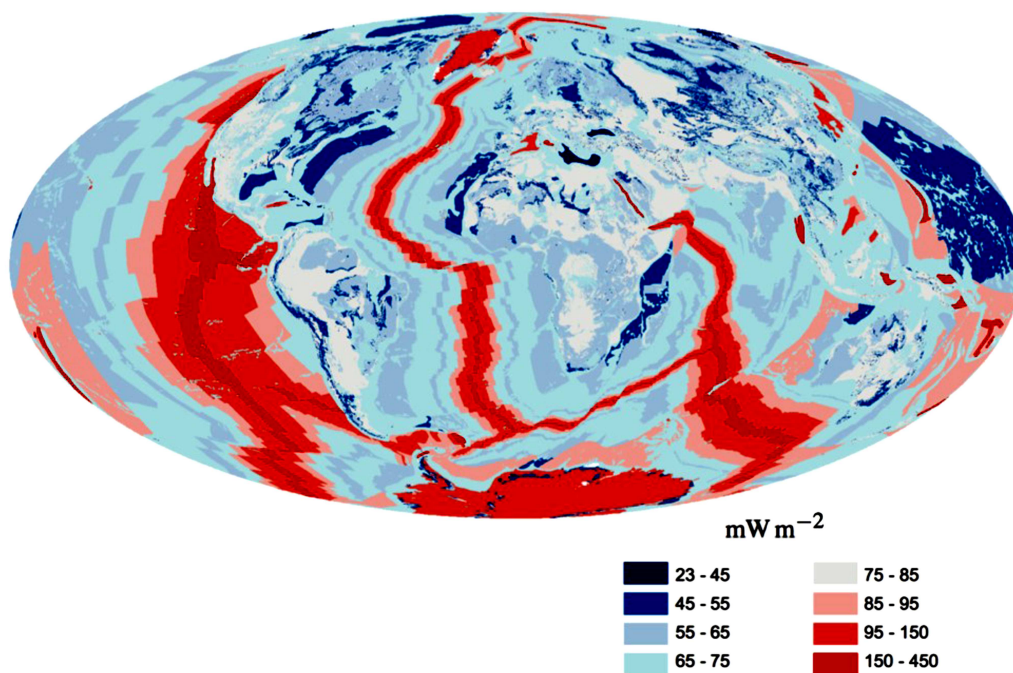


FIGURE 5 – Carte de la densité de flux de chaleur à la surface de la Terre (adapté de Davies and Davies, 2010, Fig. 10). Cette carte a été réalisée en combinant des mesures de densité de flux et un modèle de refroidissement pour la lithosphère océanique (le modèle de plaque que nous verrons plus loin). La densité de flux de chaleur est la plus élevée aux dorsales, pouvant y atteindre plusieurs centaines de mW m^{-2} , alors qu'au cœur des continents elle n'est généralement que de quelques dizaines de mW m^{-2} .

de cet écart.

Quelque soit le type de calcul effectué (la perte totale d'énergie thermique de la Terre ou la densité de flux de chaleur moyenne), il est important de noter que le calcul dépend des mesures de flux de chaleur effectuées à la surface de la Terre. Or celles-ci ne sont pas uniformément réparties. Il est en effet beaucoup plus facile de réaliser ces mesures sur les continents que sur le plancher océanique. Il y a donc un biais dans la répartition des mesures (biais d'échantillonnage) avec une surreprésentation des mesures continentales par rapport aux mesures océaniques. De plus, compte tenu de la répartition des continents à la surface de la Terre, les données de flux de chaleur sont plus nombreuses dans l'hémisphère nord que dans l'hémisphère sud, et même sur les continents il est impossible d'effectuer des mesures absolument partout. Il y a donc un biais d'échantillonnage dans les mesures de densité de flux de chaleur à la surface de la Terre : notre connaissance de la densité de flux de chaleur à la surface de la terre est forcément imparfaite.

Avec cette remarque en tête, on peut néanmoins estimer la densité de flux de chaleur moyenne à la surface de la Terre : elle est d'environ 80 mW m^{-2} . Puisqu'il s'agit d'une densité de flux de chaleur moyenne, elle est uniforme : la Terre perd *en moyenne*, chaque seconde et en tout point de sa surface, environ 80 mJ à travers chaque mètre carré de sa surface (comparez avec la densité de flux de chaleur d'une ampoule pour vous faire une idée de ce que représente cette valeur...). Cette perte d'énergie thermique est radiale, donc perpendiculaire à sa surface,

et si l'on choisit d'orienter la surface de la Terre vers l'espace (nous reviendrons plus tard vers ce point), alors la chaleur totale perdue par la Terre se calcule de la façon suivante :

$$\mathcal{P}_{Terre} = \int_S \vec{Q} \cdot d\vec{S} = \int_S Q dS = 4\pi R^2 Q, \quad (20)$$

où R est le rayon de la Terre et Q la densité de flux de chaleur moyenne à la surface de la Terre. Nous trouvons ainsi que la chaleur totale perdue par la Terre est d'environ $41 \times 10^{12} \text{ W} = 41 \text{ TW}$ (à nouveau, comparez avec la puissance d'une ampoule...). Mais d'où provient cette chaleur, et quel est le lien avec la température dans la Terre ?

2 Sources de chaleur

La chaleur perdue par la Terre provient principalement de deux sources : la chaleur initiale (appelée aussi chaleur primitive) et la production de chaleur par radioactivité. À ces deux sources de chaleur, on doit aussi ajouter la libération de chaleur par la croissance du noyau interne (la graine), bien que cette source de chaleur soit moindre que les deux autres.

2.1 La chaleur initiale

Lors de la formation de la Terre, les poussières du nuage primitif, attirées entre elles sous l'effet des forces liées à la gravité, sont entrées en collision, libérant de l'énergie gravitationnelle, et cette énergie gravitationnelle a été transformée sous forme de chaleur pendant la phase d'accrétion de la Terre. Une quantité sans doute considérable d'énergie a été stockée de cette manière à l'intérieure de la Terre, suffisante en tout cas pour faire fondre le fer, fer qui a ensuite migré sous l'effet de la gravité vers le centre la Terre et a ainsi formé le noyau terrestre. Cette différenciation a elle aussi libérée de l'énergie gravitationnelle transmise sous forme de chaleur. Toute cette chaleur accumulée initialement diminue depuis progressivement mais n'est pas encore épuisée, et c'est cette part d'énergie acquise lors de la formation de la Terre mais pas encore dissipée que l'on appelle la chaleur initiale.

2.2 Production de chaleur par radioactivité

La Terre produit aussi de la chaleur par radioactivité. Les roches contiennent en effet trois éléments radioactifs de longue période, l'uranium (^{235}U et ^{238}U), le thorium (^{232}Th surtout) et le potassium 40 (^{40}K), susceptibles de fournir de la chaleur par le rayonnement qu'ils émettent lors de leur désintégration. Même si ces quantités sont faibles, ces éléments radioactifs procurent néanmoins des quantités importantes de chaleur compte tenu des volumes de roches mis en jeu. L'énergie fournie sous forme de chaleur par les isotopes radioactifs de l'uranium ou du thorium est environ 10 000 fois plus élevée que celle fournit par le potassium 40 (Tableau 1) mais le potassium 40 est bien plus abondant et fournit ainsi une quantité de chaleur non négligeable.

Pour calculer l'énergie qu'un échantillon de roche dégage par radioactivité sous forme de chaleur, il suffit d'additionner les contributions respectives des trois éléments radioactifs. Ainsi le taux de production de chaleur A_m par unité de masse s'écrit

$$A_m = \sum_{i=U,Th,K} e_i c_i = e_U c_U + e_{Th} c_{Th} + e_K c_K, \quad (21)$$

et le taux de production de chaleur A par unité de volume s'écrit

$$A = \rho \sum_{i=U,Th,K} e_i c_i = \rho (e_U c_U + e_{Th} c_{Th} + e_K c_K), \quad (22)$$

où ρ est la masse volumique de l'échantillon, e_i est l'énergie produite par unité de temps et de masse par l'élément i et c_i est la concentration de l'élément i dans l'échantillon (Tableau 1).

TABLEAU 1 – Énergie produite par unité de temps et de masse (e) par désintégration radioactive (Rybach, 1988).

Élément	Isotope	Demi-vie (Ga)	Abondance naturelle (%)	Taux d'énergie e (mW kg ⁻¹)
U	²³⁸ U	4.5	99.3	9.52×10^{-2}
	²³⁵ U	0.7	0.7	
Th	²³² Th	14	100	2.56×10^{-2}
K	⁴⁰ K	1.3	0.01	3.48×10^{-6}

Nous pouvons ainsi comparer la production de chaleur par radioactivité produite par différents types de roches, par ex. un basalte et un granite (exercice A.1). Nous pouvons aussi comparer la production de chaleur par radioactivité dans les différentes enveloppes de la Terre si nous connaissons leur composition et leur teneur moyenne en uranium, thorium et potassium. Ceci n'est pas aussi simple qu'il y paraît puisque nous n'avons un accès direct qu'à une infime partie des roches constituant la Terre (rappelez vous la Figure 1...). Les concentrations en éléments radioactifs peuvent néanmoins être estimées, et le Tableau 2 donne ces concentrations et les quantités de chaleur produites par radioactivité dans la croûte et le manteau. Comme on peut le voir, la quantité de chaleur produite par unité de temps et de masse (ou de volume) par la croûte continentale est environ 10 fois plus importante que celle produite par la croûte océanique et environ 100 fois plus importante que celle fournie par le manteau. Mais la masse du manteau est nettement plus importante que celle de la croûte, et la quantité de chaleur totale (la puissance) produite par le manteau est en fait supérieure à celle de la croûte : la contribution de la croûte est d'environ 6–7 TW alors que celle du

TABLEAU 2 – Concentration en éléments radioactifs, quantités de chaleur par unité de temps et de volume (A) ou de masse (A_m), et puissances (\mathcal{P}) produites dans la croûte et le manteau (valeurs moyennes).

	U (ppm)	Th (ppm)	K (%)	ρ (kg/m ³)	A (μ W/m ³)	A_m (pW/kg)	\mathcal{P} (TW)
Croûte continentale ^a	1.3	5.6	1.5	2700	0.86	320	6.3
Croûte océanique ^b	0.11	0.40	0.15	2800	0.073	26	0.13
Manteau moyen ^c	0.013	0.040	0.016	4500 ^d	0.013	2.8	12

Références : a. Rudnick and Gao (2003) ; b. Jaupart and Mareschal (2011) ; c. Su (2002) ; Langmuir et al. (2005) ; d. Figure 4.

manteau est environ 12 TW (Tableau 2), le manteau produit donc environ deux fois plus de chaleur que la croûte (pour référence, la surface de la Terre est de $510 \times 10^6 \text{ km}^2$: environ $210 \times 10^6 \text{ km}^2$ de surface continentale (incluant les marges continentales immergées, Cogley, 1984) et $300 \times 10^6 \text{ km}^2$ de plancher océanique ; la croûte continentale représente donc environ 40 % de la surface de la Terre et la croûte océanique 60 %). Ainsi, la chaleur totale produite par radioactivité serait de l'ordre de 20 TW, soit environ la moitié de la chaleur perdue par la Terre.

2.3 Chaleur fournie par le noyau terrestre

En se refroidissant, le noyau externe liquide cristallise et le noyau interne solide grossit peu à peu au dépens du noyau externe. Cette évolution thermique du noyau détermine l'énergie disponible pour entretenir le champ magnétique terrestre et libère aussi de la chaleur, participant ainsi au budget thermique global de la Terre. En cristallisant, la graine libère de la chaleur latente de cristallisation. Cependant, si le noyau est composé principalement de fer et de nickel, il contient aussi environ 10 % d'éléments plus légers (soufre, oxygène, silicium...) qui ne s'intègrent pas au réseau cristallin lors de la cristallisation de la graine (ces éléments sont dits *incompatibles*) : ces éléments légers restent dans la phase fluide libérant ainsi de l'énergie potentielle sous forme de chaleur. Ces différentes contributions énergétiques à l'évolution thermique du noyau peuvent être estimées à l'aide de la thermodynamique. Toutefois, cet exercice reste encore imprécis, et on estime actuellement que la chaleur totale fournie par le noyau au manteau sus-jacent est comprise entre 3 et 10 TW.

2.4 Bilan énergétique global

Nous pouvons maintenant établir un bilan global du budget énergétique de la Terre. Le Tableau 3 montre ainsi que la production de chaleur par radioactivité représente environ la moitié de la chaleur totale perdue par la Terre. Et suivant l'estimation retenue pour la chaleur provenant du noyau, la chaleur initiale encore disponible au fonctionnement thermique de la Terre est comprise entre 12 et 20 TW. Autrement dit, entre un tiers et la moitié de la chaleur que la Terre perd actuellement est de la chaleur que la Terre a emmagasinée lors de sa formation, il y a près de 4.5 Ga.

TABLEAU 3 – Budget énergétique de la Terre.

Contributions	TW
Chaleur initiale	12–20 [†]
Désintégration radioactive	18–19 [#]
Noyau	3–10
Chaleur perdue totale	41

[†] valeur ajustée pour maintenir une perte totale de 41 TW ;

[#] voir Tableau 2.

Remarque importante : le fait que la Terre perde de la chaleur n'est pas suffisant pour en déduire que sa température diminue. Nous venons de voir que la Terre produit de la chaleur

via la désintégration de ses éléments radioactifs de longue période. La Terre perd cette chaleur (la chaleur produite est transférée dans l'espace) mais il pourrait très bien y avoir, par ex., un équilibre tel que le taux de production de chaleur au sein de la Terre soit identique au taux de perte de chaleur dans l'espace; si c'était le cas, la température dans la Terre resterait alors constante au cours du temps. Même si ses valeurs ne sont pas parfaitement connues, le bilan énergétique global de la Terre (Tableau 3) montre que la Terre perd plus de chaleur (environ 41 TW) qu'elle n'en produit (environ 20 TW) : c'est à cause de ce déséquilibre que la température de la Terre diminue continuellement au cours du temps, et ce depuis sa formation. C'est ce qu'on appelle le **refroidissement séculaire**.

3 Le géotherme terrestre

La longévité de la Terre et son fonctionnement (la tectonique des plaques, le champ magnétique terrestre, la formation des roches, etc.) dépendent entièrement de sa chaleur : celle produite et celle perdue. Nous avons vu comment la Terre produisait de la chaleur. Regardons maintenant comment elle l'évacue, cela nous permettra de faire le lien avec sa température et comment celle-ci évolue avec la profondeur, c-à-d de calculer le *géotherme terrestre* $T(z)$. Toutefois, avant d'effectuer ces calculs, une remarque s'impose concernant la définition du géotherme : il s'agit du profil de la température en fonction de la profondeur en *état stationnaire*, c-à-d que ce profil de température ne dépend pas, ou ne dépend plus, du temps. La température dans la Terre est fréquemment amenée à changer (par ex., lors du refroidissement de la lithosphère océanique au fur et à mesure qu'elle s'éloigne de la dorsale qui l'a créée), et le géotherme correspond au profil de température une fois l'équilibre thermique atteint.

Comme nous allons le voir, il existe trois mécanismes de transfert de la chaleur : le rayonnement, la conduction et la convection. Ces trois mécanismes de transfert de chaleur co-existent dans la Terre mais chaque mécanisme opère selon un processus physique particulier et est plus ou moins important suivant la partie de la Terre qui nous intéresse. Il existe ainsi un lien fort entre les processus thermiques et mécaniques.

3.1 La surface de la Terre

Le *rayonnement* est le transport d'énergie par ondes électromagnétiques; c'est le seul mécanisme de transfert de la chaleur dans le vide (et donc dans l'espace), et il est particulièrement important dans l'atmosphère et à la surface de la Terre. La quantité d'énergie transportée par un rayonnement électromagnétique dépend du spectre d'ondes électromagnétiques, qui lui-même dépend de la température de la source de ces ondes. Dans le cas idéal d'un *corps noir* (un corps qui absorberait parfaitement toute l'énergie électromagnétique qu'il reçoit, à toutes les longueurs d'onde, et la restituerait ensuite par l'émission d'un rayonnement thermique), la densité de flux de chaleur Q_r rayonnée à la surface de ce corps dépend de sa température T et est donnée par **la loi de Stefan-Boltzmann** :

$$Q_r = \sigma T^4, \quad (23)$$

où la constante de Stefan-Boltzmann $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$, et T est exprimée en K. La quantité de chaleur totalement rayonnée par la surface A du corps noir (sa puissance thermique) est

$$\mathcal{P}_r = Q_r A = \sigma A T^4. \quad (24)$$

Ce mécanisme de transfert d'énergie thermique est le seul possible dans le vide. L'énergie qui nous vient du soleil l'est donc par rayonnement électromagnétique ; nous pouvons donc utiliser la loi de Stefan-Boltzmann (23) pour calculer la température à la surface du soleil ou de la Terre par ex. (exercices A.2). Une partie de l'énergie du soleil reçue par la Terre est renvoyée dans l'espace. La différence entre le rayonnement reçu par l'atmosphère et l'énergie qu'elle renvoie par rayonnement dans l'espace est appelé forçage radiatif et joue un rôle très important dans l'évolution thermique de l'atmosphère (c'est parce que le forçage radiatif de notre atmosphère est actuellement positif que la température moyenne à la surface de notre planète augmente) ; vous en apprendrez plus sur le fonctionnement de l'atmosphère dans l'UE Enveloppes fluides et climat.

Le transfert de chaleur par rayonnement est également important à la surface de la Terre solide dans les régions à haute température, comme par ex. à la surface d'une coulée ou d'un lac de lave. Dans la Terre, par contre, le transfert de chaleur par rayonnement peut être négligé : les ondes électromagnétiques peuvent transporter de l'énergie dans les roches mais le transfert de chaleur par rayonnement s'atténue sur de très courtes distances. De plus il peut être mathématiquement pris en compte dans la conductivité thermique des roches, une propriété physique au cœur du transfert de chaleur par conduction, comme nous allons le voir dans la section suivante.

3.2 La lithosphère

La lithosphère est l'enveloppe superficielle solide et rigide de la Terre qui est constituée de la croûte et du manteau supérieur (section 1.1 et Figure 1). Sous la lithosphère se trouve l'asthénosphère qui se déforme de manière ductile. La base de la lithosphère est donc une limite mécanique qui sépare deux couches de roches de comportement différents : la lithosphère est rigide et se déforme de manière essentiellement élastique et fragile, alors que la lithosphère se déforme de façon ductile, par fluage, sans casser. La base de la lithosphère est également une limite sismique puisqu'elle marque une forte diminution des vitesses sismiques. Enfin, c'est aussi une limite thermique. En effet, comme évoqué dans la section 1.3, la péridotite sèche commence à fondre au-dessus de $1350\text{ }^{\circ}\text{C}$, son solidus ; une péridotite hydratée commencera à fondre à une température plus faible. Le solidus de la péridotite correspond donc à la base de la lithosphère, et on utilisera l'isotherme $1350\text{ }^{\circ}\text{C}$ pour cette limite.

3.2.1 La conduction de la chaleur

La *conduction* est le transport d'énergie thermique dans un milieu continu, de proche en proche à l'échelle atomique, sans mouvement de matière ; c'est le mécanisme de transfert de la chaleur dominant dans les régions peu déformables à l'échelle des temps géologiques, donc la lithosphère terrestre mais aussi vraisemblablement le noyau interne (solide). La conduction est un transport d'énergie thermique sans mouvement de matière : les atomes et molécules de plus haute température vibrent ou bougent le plus, et ils transmettent leur énergie, et donc leur température, aux atomes et molécules voisins qui vibrent ou bougent le moins, c-à-d à leurs voisins de plus faible température. Nous allons voir que cette conduction de la chaleur est régie par deux équations :

- la *loi de Fourier*, qui donne la quantité d'énergie thermique qui est transmise en réponse à une différence de température ;
- et l'*équation de conduction de la chaleur*, qui traduit le fait que l'énergie d'un système dans son ensemble doit toujours être conservée.

La loi de Fourier

La quantité d'énergie thermique échangée (qu'elle soit gagnée ou perdue) par conduction à travers un corps qui conduit la chaleur est proportionnelle au gradient de température T dans ce corps. C'est donc également le cas pour les roches. Cette relation entre quantité d'énergie transmise par conduction et gradient de température est la relation fondamentale du transfert thermique par conduction. C'est **la loi de Fourier** :

$$\vec{Q} = -K \overrightarrow{\text{grad}}(T) = -K \nabla T = -K \begin{pmatrix} \frac{\partial T}{\partial x} \\ \frac{\partial T}{\partial y} \\ \frac{\partial T}{\partial z} \end{pmatrix}, \quad (25)$$

où \vec{Q} est le vecteur densité de flux de chaleur (exprimée en W m^{-2}), K est la conductivité thermique (exprimée en $\text{W m}^{-1} \text{kg}^{-1}$) du milieu qui conduit la chaleur, et le signe moins traduit le fait que la chaleur est échangée depuis les régions de température élevée vers les régions de température faible, donc selon un *gradient* négatif. À une dimension, le long de l'axe Ox par ex., la loi de Fourier s'écrit donc

$$\vec{Q}_x = -K \frac{dT}{dx} \vec{i}, \quad (26)$$

avec \vec{i} le vecteur unitaire de l'axe Ox .

Bien que les roches silicatées puissent avoir des compositions très différentes les unes des autres, leur conductivité thermique ne varient que finalement peu, avec des valeurs comprises entre 1 et $7 \text{ W m}^{-1} \text{kg}^{-1}$ (Jaupart and Mareschal, 2011) et une valeur moyenne d'environ $3 \text{ W m}^{-1} \text{kg}^{-1}$. À l'inverse, la température peut varier fortement et rapidement d'un endroit à l'autre de la Terre, donc avec de forts gradients. C'est donc le gradient thermique des roches qui détermine en premier lieu la vigueur de la densité de flux de chaleur et ainsi le transfert de chaleur par conduction.

Remarque : *la loi de Fourier est une loi de diffusion.* Elle est mathématiquement identique à toutes les autres lois de diffusion, telles que par ex. :

- la loi de Fick, $\vec{J} = -D \nabla C$, qui détermine la façon dont migre (diffuse) une espèce chimique dans un milieu lorsqu'il y a des différences de concentration C entre différents endroits et donc un gradient de concentration : la densité de flux de l'espèce chimique \vec{J} est inversement proportionnelle au produit de la diffusivité chimique D de cette espèce et de son gradient de concentration. Cette loi est importante en pétrologie ;
- la loi d'Ohm, $\vec{j} = -\sigma \nabla V$, qui traduit la mobilité (diffusion) des charges électriques : la densité de courant électrique \vec{j} est inversement proportionnelle au produit de la conductivité électrique σ du matériau et du gradient de potentiel électrique V ;
- la loi de Darcy, $\vec{q} = -K_h \nabla H$, qui exprime la quantité de fluide qui s'écoule en régime stationnaire à travers un milieu poreux en réponse à une différence de charge hydraulique H : la vitesse moyenne d'écoulement \vec{q} (le débit volumique par unité de surface) est inversement proportionnelle au produit de la conductivité hydraulique K_h du milieu poreux et du gradient de charge hydraulique. C'est une loi fondamentale de l'hydrogéologie.

Ce ne sont là que quelques exemples de lois de diffusion.

L'équation de conduction de la chaleur

Nous venons de voir que la quantité d'énergie thermique échangée par conduction dans un système, et donc dans les roches, en réponse à un gradient de température est régie par la loi de Fourier (25). D'après cette équation, cette densité de flux de chaleur est inversement proportionnelle au gradient de température : l'énergie thermique dans la lithosphère est transmise le long des gradients de température décroissants. Au cours du temps, si une région de la lithosphère gagne ainsi plus d'énergie thermique qu'elle n'en perd, alors sa température augmente. Inversement, si cette région perd plus d'énergie thermique qu'elle n'en gagne, alors sa température diminue. Cependant, l'énergie totale d'un système doit rester constante : elle doit être conservée (*rien ne se perd, rien ne se crée*) ; ceci est fondamental et vrai de n'importe quel système. La non conservation de l'énergie est impossible car cela impliquerait soit que de l'énergie a été créée ou perdue spontanément au sein du système, soit qu'on a oublié de prendre en compte une partie du système (donc celui-ci n'est en fait pas complet). L'équation de conduction de la chaleur traduit cette conservation de l'énergie.

Pour trouver cette équation, nous allons établir le bilan énergétique pour un petit volume élémentaire de la lithosphère : la somme de l'énergie thermique gagnée et éventuellement produite dans ce volume élémentaire de roches devra être égale à la somme de l'énergie thermique perdue par le volume et des variations d'énergie thermique liées à d'éventuels changements de sa température. (Une analogie de la vie de tous les jours est celle d'un compte bancaire pour lequel la somme des dépôts d'argent et des intérêts du compte est toujours égale à la somme des dépenses plus la croissance ou décroissance éventuelle du compte.)

Prenons donc un volume élémentaire de roches, de côtés dx , dy , dz , qui produit de la chaleur par désintégration radioactive avec un taux de production A par unité de volume, tel que représenté sur la Figure 6 : son volume est donc $dx dy dz$. L'axe Oz est dirigé vers le haut avec une côte z à la base du volume (surface bleue) et une côte $z + dz$ pour sa face

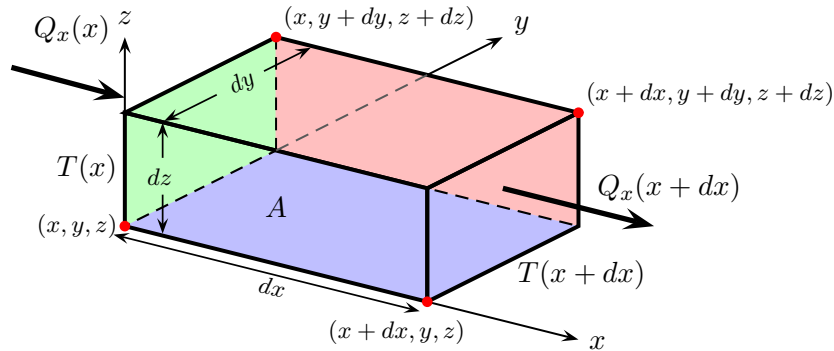


FIGURE 6 – Volume élémentaire de roches de côté dx , dy , dz avec un taux de production de chaleur interne A par unité de volume. Le volume reçoit de l'énergie thermique avec des densités de flux de chaleur $Q_x(x)$ à travers la surface verte située en x , $Q_y(y)$ à travers la surface située en y et $Q_z(z)$ à travers la surface bleue située en z , et il perd de l'énergie thermique avec des densités de flux de chaleur $Q_x(x + dx)$ à travers la surface située en $x + dx$, $Q_y(y + dy)$ à travers la surface rouge située en $y + dy$ et $Q_z(z + dz)$ à travers la surface supérieure située en $z + dz$. Ici, seules les densités de flux de chaleur $Q_x(x)$ et $Q_x(x + dx)$ ont été représentées (flèches noires en trait gras).

supérieure ; l'axe Ox est dirigé de la gauche vers la droite sur la figure : la face à gauche (verte) est repérée par la position x et la face à droite par $x + dx$; enfin, l'axe Oy est dirigé de l'avant vers l'arrière de la figure : la face en avant se trouve en y et la face en arrière (rouge) en $y + dy$. La densité de flux de chaleur qui traverse le volume élémentaire est $\vec{Q} = (Q_x, Q_y, Q_z)$, où Q_x est la composante de \vec{Q} parallèlement à Ox , Q_y est sa composante parallèlement à Oy et Q_z sa composante parallèlement à Oz . Supposons que l'énergie thermique soit globalement transférée des x, y et z négatifs vers les x, y et z positifs. Le volume élémentaire reçoit donc de l'énergie thermique par les faces situées en x (face verte), en y (face avant gauche) et en z (face bleue), et il en perd par les faces situées en $x + dx$ (face avant droite), en $y + dy$ (face rouge) et en $z + dz$ (face du dessus). La conservation de l'énergie thermique impose alors un bilan énergétique nul : par unité de temps, la quantité d'énergie thermique totale que le volume élémentaire de roches reçoit, $\mathcal{P}_{entrante}$, plus celle qu'il produit, $\mathcal{P}_{produite}$, doit être identique à la quantité d'énergie thermique perdue, $\mathcal{P}_{sortante}$, plus la variation d'énergie thermique $\Delta\mathcal{P}_T$ due à un changement éventuel de température :

$$\mathcal{P}_{entrante} + \mathcal{P}_{produite} = \mathcal{P}_{sortante} + \Delta\mathcal{P}_T, \quad (27)$$

qui peut se réécrire

$$\Delta\mathcal{P}_T = \mathcal{P}_{entrante} + \mathcal{P}_{produite} - \mathcal{P}_{sortante}. \quad (28)$$

Ainsi, si notre volume de roches reçoit et produit plus d'énergie thermique qu'il n'en perd, $\Delta\mathcal{P}_T > 0$ et sa température augmente ; à l'inverse, si $\Delta\mathcal{P}_T < 0$, sa température diminue.

Calculons tout d'abord l'énergie thermique gagnée par le volume élémentaire de roches. Si ce volume est suffisamment petit, alors les composantes de la densité de flux de chaleur sont uniformes sur chacune des faces du volume, et dans chaque cas la puissance à travers une surface est simplement égale au produit de cette surface par la densité de flux de chaleur à travers cette surface (équation 19). Parallèlement à l'axe Ox , la chaleur que le volume de roches reçoit par unité de temps par la face verte $S(x)$ est donc

$$\mathcal{P}(x) = Q_x(x)S(x) = Q_x(x)dydz. \quad (29)$$

De même, la chaleur reçue parallèlement à l'axe Oy par unité de temps par la surface $S(y)$ est

$$\mathcal{P}(y) = Q_y(y)S(y) = Q_y(y)dx dz, \quad (30)$$

et celle reçue parallèlement à l'axe Oz par unité de temps par la surface bleue $S(z)$ est

$$\mathcal{P}(z) = Q_z(z)S(z) = Q_z(z)dx dy. \quad (31)$$

Ainsi, la chaleur totale reçue par le volume élémentaire est

$$\mathcal{P}_{entrante} = Q_x(x)dydz + Q_y(y)dx dz + Q_z(z)dx dy. \quad (32)$$

Ce volume élémentaire de roches produit aussi de l'énergie thermique à un taux A par unités de temps et de volume. La quantité d'énergie thermique produite par unité de temps par l'ensemble du volume élémentaire est donc

$$\mathcal{P}_{produite} = A dx dy dz. \quad (33)$$

Calculons maintenant l'énergie thermique perdue par le volume élémentaire. Celle-ci est perdue à travers les surface $S(x + dx)$, $S(y + dy)$ (surface rouge) et $S(z + dz)$, d'où

$$\mathcal{P}_{sortante} = Q_x(x + dx)dydz + Q_y(y + dy)dx dz + Q_z(z + dz)dx dy. \quad (34)$$

Nous avons vu plus haut que si le volume élémentaire gagne plus d'énergie thermique qu'il n'en perd, alors $\Delta\mathcal{P}_T > 0$ et sa température doit augmenter (inversement, s'il perd plus d'énergie thermique qu'il n'en gagne, alors sa température diminue). Les variations de température d'un corps (ici notre volume élémentaire de roches) sont contrôlées par sa capacité calorifique C_p , qui est définie comme la quantité d'énergie qui doit lui être fournie par unité de masse à pression constante pour en augmenter la température de 1 K ; ou bien (ce qui revient au même), c'est la quantité d'énergie qui est libérée, par unité de masse et à pression constante, par ce corps lorsque sa température baisse de 1 K. C_p est exprimée en $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$. Ainsi, pour que notre volume de roches puisse augmenter sa température d'une valeur T par unité de temps t , il doit recevoir une quantité d'énergie thermique

$$\Delta\mathcal{P}_T = C_p m \frac{\partial T}{\partial t} = C_p \rho dx dy dz \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (35)$$

où l'on a utilisé le fait que la masse m du volume élémentaire est égale au produit de son volume $dx dy dz$ et de sa masse volumique ρ .

Nous avons maintenant tous les ingrédients pour écrire explicitement la conservation de l'énergie thermique (28) :

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{P}_T &= \mathcal{P}_{entrante} + \mathcal{P}_{produite} - \mathcal{P}_{sortante} \\ \Leftrightarrow C_p \rho dx dy dz \frac{\partial T}{\partial t} &= Q_x(x) dy dz + Q_y(y) dx dz + Q_z(z) dx dy + A dx dy dz \\ &\quad - [Q_x(x+dx) dy dz + Q_y(y+dy) dx dz + Q_z(z+dz) dx dy] \\ \Leftrightarrow \rho C_p dx dy dz \frac{\partial T}{\partial t} &= [Q_x(x) - Q_x(x+dx)] dy dz + [Q_y(y) - Q_y(y+dy)] dx dz \\ &\quad + [Q_z(z) - Q_z(z+dz)] dx dy + A dx dy dz \\ \Leftrightarrow \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{[Q_x(x) - Q_x(x+dx)]}{dx} + \frac{[Q_y(y) - Q_y(y+dy)]}{dy} \\ &\quad + \frac{[Q_z(z) - Q_z(z+dz)]}{dz} + A \\ \Leftrightarrow \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} &= -\frac{\partial Q_x}{\partial x} - \frac{\partial Q_y}{\partial y} - \frac{\partial Q_z}{\partial z} + A \\ \Leftrightarrow \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} &= -\left(\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + \frac{\partial Q_z}{\partial z}\right) + A = -\text{div}(\vec{Q}) + A, \end{aligned} \quad (36)$$

où nous avons utilisé la même définition de la dérivée que lors du calcul de la pression lithostatique (équation 9), et $\text{div}(\vec{Q}) = \partial Q_x/\partial x + \partial Q_y/\partial y + \partial Q_z/\partial z$ est la *divergence* du vecteur \vec{Q} .

L'équation (36) traduit la conservation de l'énergie thermique et nous indique comment la température T de notre volume élémentaire de roches varie en fonction de son taux volumique de production de chaleur interne A et de la divergence de la densité de flux de chaleur \vec{Q} . Si la densité de flux de chaleur est globalement dirigée de l'extérieur vers l'intérieur du volume élémentaire, c-à-d si \vec{Q} converge vers le volume ($\text{div}(\vec{Q}) < 0$), alors le volume reçoit globalement plus d'énergie thermique qu'il n'en perd ce qui impliquera une augmentation de sa température au cours du temps ($\partial T/\partial t > 0$) ; à l'inverse, si $\text{div}(\vec{Q}) > 0$, la densité de flux

de chaleur \vec{Q} diverge globalement (elle est globalement dirigée de l'intérieur vers l'extérieur du volume) et la température de ses roches diminuera au cours du temps ($\partial T/\partial t < 0$). Enfin, plus le taux volumique de production de chaleur radioactive A des roches est important et plus cela aura tendance à augmenter leur température. L'évolution de la température au cours du temps, $\partial T/\partial t$, dépend ainsi de l'importance relative de $\text{div}(\vec{Q})$ et de A , et dans le cas particulier où \vec{Q} divergerait de manière à équilibrer exactement le taux de production A , la température des roches resterait constante.

Mais rappelez vous la loi de Fourier (25)! Cette loi nous dit que la densité de flux de chaleur est inversement proportionnelle au gradient de température : $\vec{Q} = -K\nabla T$. En combinant cette équation avec celle que nous venons d'obtenir pour la conservation de l'énergie thermique (36), nous obtenons **l'équation de conduction de la chaleur** :

$$\begin{aligned} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} &= K \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + K \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + K \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + A, \\ \Leftrightarrow \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{K}{\rho C_p} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{A}{\rho C_p}, \end{aligned} \quad (37)$$

qui peut encore se réécrire

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{K}{\rho C_p} \nabla^2 T + \frac{A}{\rho C_p} = \kappa \nabla^2 T + \frac{A}{\rho C_p}, \quad (38)$$

où $\kappa = K/(\rho C_p)$ est la diffusivité thermique des roches, exprimée en $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$, et $\nabla^2 T = \partial^2 T/\partial x^2 + \partial^2 T/\partial y^2 + \partial^2 T/\partial z^2$ est *le Laplacien* de la température T . Nous voyons ainsi que l'équation de conduction de la chaleur traduit à la fois la loi de Fourier et la conservation de l'énergie thermique.

Remarque importante : tout ce que nous venons de voir est valable dès qu'un transfert de chaleur s'effectue par conduction. La loi de Fourier et l'équation de conduction ne sont pas spécifiques à la lithosphère terrestre ; au contraire, ces deux équations régissent le transfert de chaleur par conduction dans tous les cas où il n'y a pas mouvement de matière, qu'il s'agisse du transfert de chaleur à travers la croûte terrestre ou de la perte de chaleur d'une maison à travers ses murs (exercices A.3).

3.2.2 La conductivité thermique des roches

D'après la loi de Fourier (25), la densité de flux de chaleur en un endroit de la surface de la Terre peut donc être calculée si l'on connaît le gradient de température et la conductivité des roches qui constituent la formation géologique à cet endroit. Ces mesures s'effectuent généralement dans des mines ou des puits de forage : la Figure 7 montre un exemple de mesures thermique effectuées à Sudbury dans l'Ontario (Canada).

Toutefois, il faut remarquer que le gradient thermique et la conductivité thermique sont rarement mesurés *in situ*. En fait, on mesure généralement la température à des profondeurs croissantes dans un forage (Figure 7a), et le gradient thermique est ensuite déduit de ce profil de mesures thermiques. Des échantillons de roches sont également prélevés du forage à différentes profondeurs de mesure, et la conductivité de ses échantillons de roches est ensuite mesurée en laboratoire (exercices A.4). Une fois que le gradient thermique est déterminé (Figure 7a) et que la conductivité thermique des roches est calculée (Figure 7b), nous pouvons

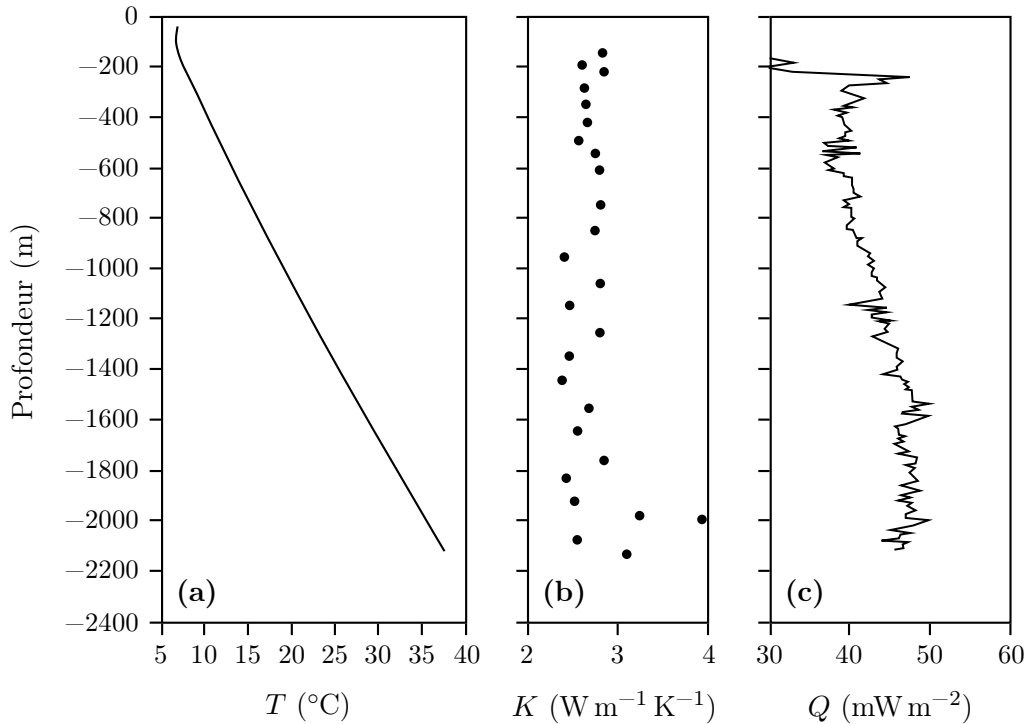


FIGURE 7 – Exemple de mesures thermiques dans un puits de forage profond à Sudbury, en Ontario, Canada (adapté de Jaupart and Mareschal, 2011, Figure C.1). (a) Les mesures de température T , (b) de conductivité thermique K , et (c) de densité de flux de chaleur Q sont représentées en fonction de la profondeur (mesurée ici en valeurs négatives, avec la profondeur 0 m correspondant à la surface de la Terre).

appliquer la loi de Fourier et en déduire la densité de flux de chaleur aux différentes profondeurs de mesure (Figure 7c).

Maintenant que nous savons comment la densité de flux de chaleur est mesurée, nous pouvons en dresser la carte à la surface de la Terre. Comme nous l’avons rapidement vu dans la section 1.5, la densité de flux de chaleur n’est uniforme ni à la surface de la lithosphère océanique ni à la surface de la lithosphère continentale (Figure 5). De plus, le fait que les densités de flux de chaleur soient différentes aux fonds des océans et à la surface des continents (jusqu’à un ordre de grandeur de différence) implique des géothermes différents à travers les croûtes et lithosphères océaniques et continentales. Nous allons maintenant voir pourquoi c’est le cas.

3.2.3 La lithosphère océanique

Remarque importante : avant toute chose, une remarque s’impose sur le signe de la densité de flux de chaleur : la Terre perd de la chaleur et \vec{Q} est dirigée vers l’extérieur. Donc si l’on choisit d’orienter la surface de la Terre vers l’espace, alors la densité de flux de chaleur \vec{Q} est orientée dans le même sens et ses valeurs sont positives. À l’inverse, si l’on choisit d’orienter la surface de la Terre vers son centre, Q est alors négative. Ce point peut paraître évident ou anodin mais il ne l’est pas tant que ça. En effet, les valeurs de densité de flux de chaleur sont souvent données positives (voir Figure 5 ou 7 par ex.) ; cela implique nécessairement que la surface de la Terre est alors orientée vers l’extérieur et donc que les profondeurs sont mesurées

de manière négative (Figure 7a). Si l'on choisit au contraire de représenter les profondeurs par des valeurs positives, alors cela implique automatiquement que les valeurs de Q sont négatives.

Deux observations importantes : bathymétrie et flux de chaleur

L'exploration géophysique des fonds océaniques a révélé deux résultats particulièrement importants :

1. la bathymétrie montre que les dorsales océaniques sont des chaînes de montagnes volcaniques sous-marines, et lorsqu'on s'en éloigne la profondeur des océans augmente. Autrement dit, *la profondeur des océans augmente avec l'âge de la lithosphère océanique* (Figures 8 et 9) ;
2. les mesures thermiques révèlent que les dorsales océaniques sont associées à des densité de flux de chaleur élevées (en valeur absolue), qui diminuent au fur et à mesure qu'on s'éloigne des dorsales, c-à-d que *la densité de flux de chaleur perdue par la Terre diminue avec l'âge de la lithosphère océanique* (Figures 5 et 10).

Ces observations reflètent toutes les deux le refroidissement de la lithosphère au fur et à mesure qu'elle s'éloigne des dorsales où elle est née : en se refroidissant la lithosphère devient plus dense et par réajustement isostatique celle-ci s'enfonce, créant ainsi des océans d'autant plus profonds que la lithosphère est vieille et froide ; en se refroidissant, la lithosphère océanique s'épaissit également, limitant ainsi la perte de chaleur de la Terre. Le point clef est que la profondeur des océans et la densité de flux de chaleur varient toutes les deux avec l'âge de la lithosphère. Cela implique que le profil thermique de la lithosphère océanique varie avec le temps : il ne s'agit donc pas du géotherme à proprement parler (voir définition, section 3). Le modèle qui est utilisé pour calculer le profil de température $T(z, t)$ dans la lithosphère océanique est un modèle *transitoire* (c-à-d qui prend en compte l'évolution avec le temps) : c'est

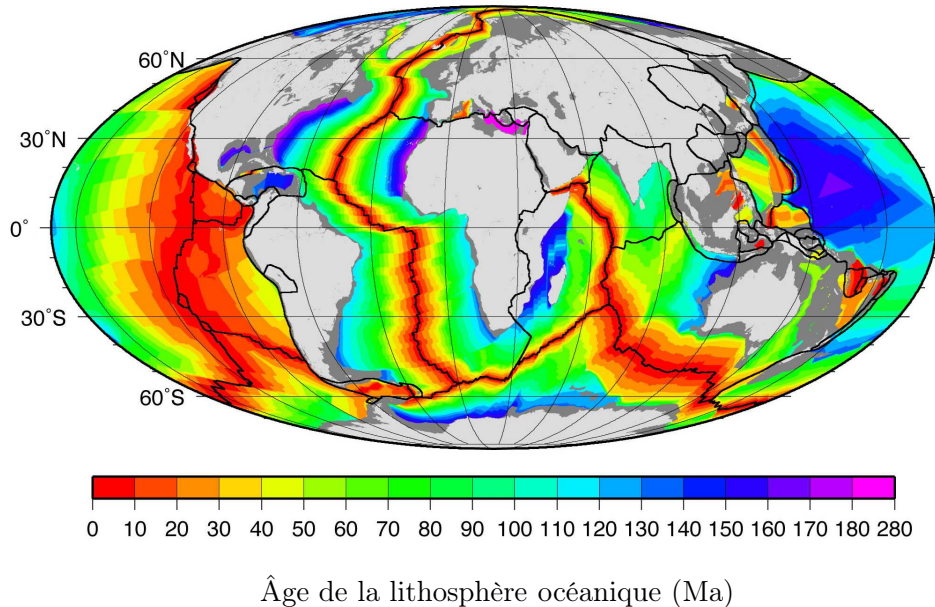


FIGURE 8 – Carte des âges des fonds océaniques (avec la permission de NOAA National Centers for Environmental Information ; adapté de Müller et al., 2008, Fig. 1).

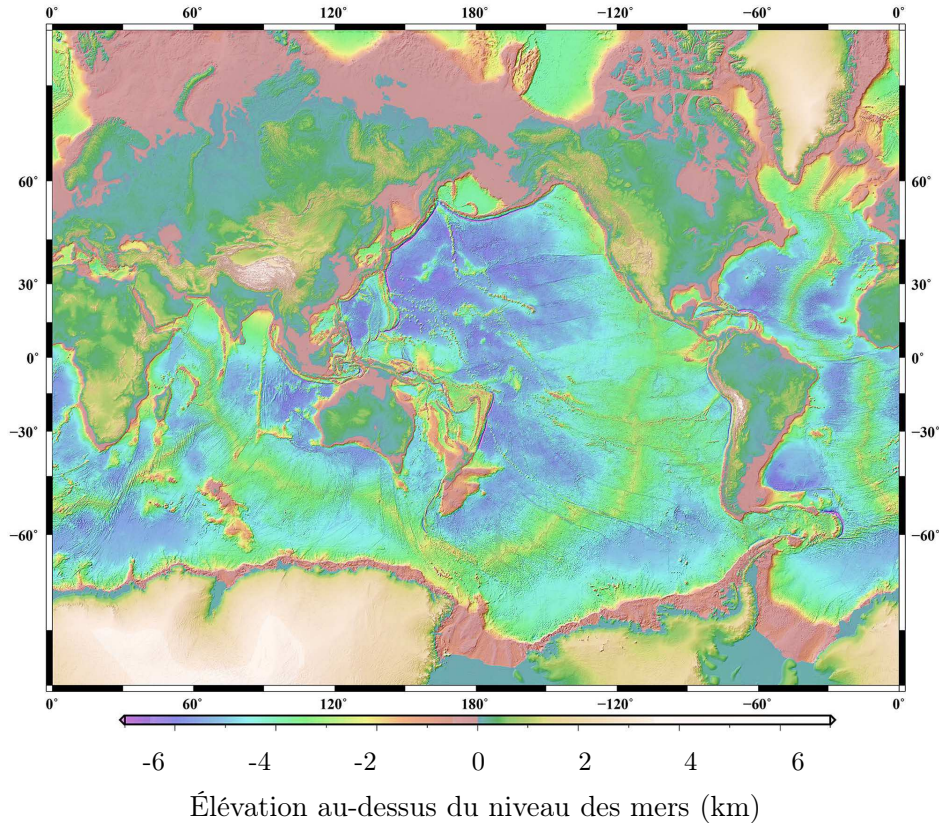


FIGURE 9 – Topographie mondiale des fonds océaniques (adapté de Tozer et al., 2019, Fig. 4).

le *modèle de couche limite thermique*. Ce modèle est mathématiquement complexe à résoudre, nous allons donc simplement voir comment il est posé et quels en sont les résultats.

Le modèle transitoire de couche limite thermique

La lithosphère océanique est constituée de la croûte océanique, par définition rigide, et de la partie supérieure du manteau terrestre trop froide pour fluer sur des échelles de temps géologiques. La péridotite sèche commence à fondre au-dessus de $1350\text{ }^{\circ}\text{C}$ et les roches du manteau fluent au-dessus de cette température. On utilise donc l'isotherme $1350\text{ }^{\circ}\text{C}$ pour définir la base de la lithosphère, et au fur et à mesure que la lithosphère se refroidit, cet isotherme se déplace en profondeur et la lithosphère s'épaissit (Figure 11). Par ailleurs, la lithosphère océanique est principalement constituée de basalte tholéiitique dont la production de chaleur par radioactivité est négligeable (voir exercice A.1), celle-ci est donc négligée dans le modèle. On considère aussi que la température dans la lithosphère océanique varie beaucoup plus rapidement avec la profondeur que latéralement. Le transfert de chaleur par conduction est donc principalement vertical (souvenez vous de la loi de Fourier!), le modèle de couche limite néglige donc également les échanges de chaleur latéraux. Enfin, on considère que l'expansion océanique s'effectue à vitesse constante. Il y a donc une correspondance directe entre l'âge de la lithosphère (temps t) et la distance à la dorsale (distance x) : $t = x/u$, où u est la vitesse de déplacement de la plaque.

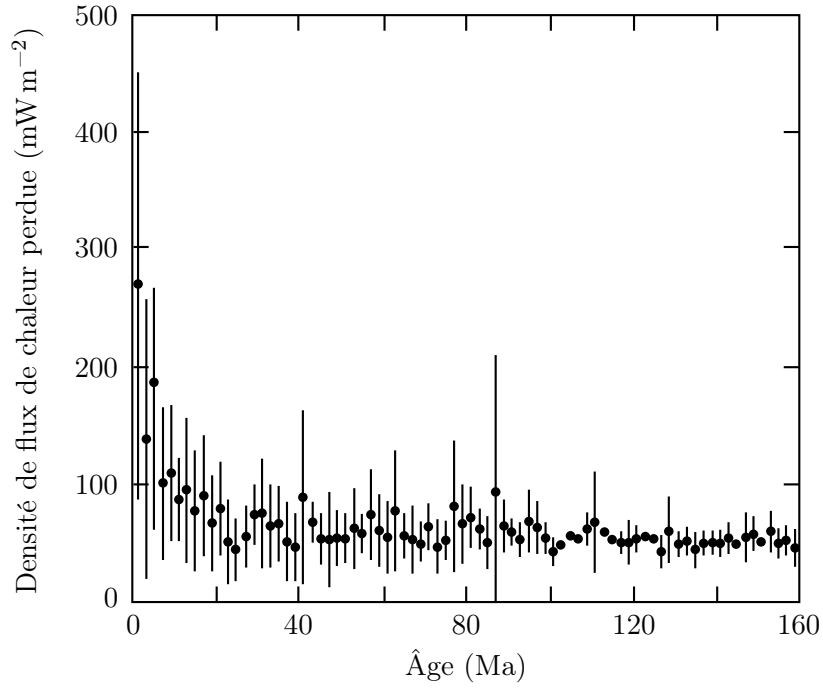


FIGURE 10 – Données de densité de flux de chaleur perdue à la surface de la Terre, $|Q_s|$, en fonction de l'âge de la lithosphère océanique (adapté de Jaupart and Mareschal, 2011, Figure 6.4). Compilation de Stein and Stein (1992), les barres verticales représentent l'incertitude sur les valeurs.

L'équation de conduction de la chaleur (38) s'écrit donc

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{K}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad (39)$$

où z est la profondeur mesurée vers le centre de la Terre à partir de la surface ($z = 0$). Dans ce modèle transitoire, la température dépend à la fois de la profondeur z et du temps t , et la

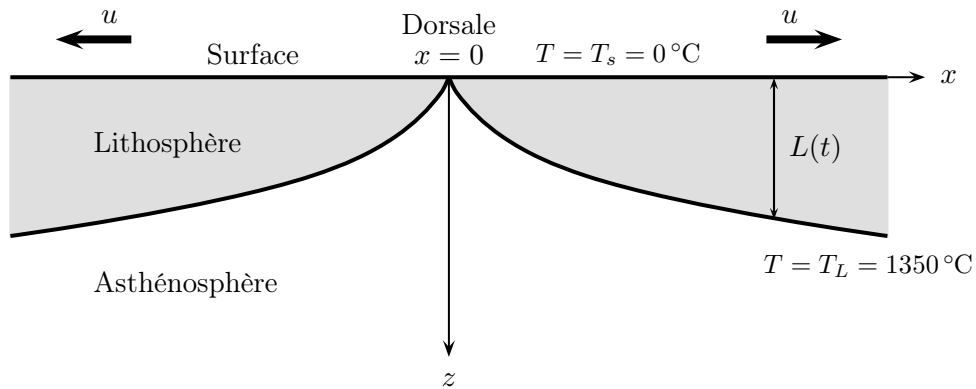


FIGURE 11 – Schéma du modèle de couche limite thermique. La dorsale océanique est située en $x = 0$ et la lithosphère s'en éloigne à une vitesse constante u : en n'importe quel point, l'âge de la lithosphère $t = x/u$. La profondeur z est mesurée vers le bas : la surface supérieure de la lithosphère est située en $z = 0$ avec une température constante $T_s = 0^\circ\text{C}$, et sa surface inférieure est définie par l'isotherme $T_L = 1350^\circ\text{C}$ en $z(t) = L(t)$ qui s'enfonce avec le temps.

solution de l'équation (39) (pas simple à calculer...) est

$$T(z, t) = T_s + (T_m - T_s) \operatorname{erf} \left(\frac{z}{2\sqrt{\kappa t}} \right), \quad (40)$$

où T_s est la température à la surface de la lithosphère océanique (prise ici à 0°C), T_m est la température au niveau de la dorsale océanique (donc à $t = 0$) qui est aussi prise comme la température à la base de la lithosphère (1350°C , Figure 11), et erf est la fonction erreur⁴. Cette solution respecte les *conditions aux limites* suivantes (les informations dont nous disposons à certains endroits du problème) : $T(z, t) = T_s$ à la surface de la lithosphère (en $z = 0$) ou loin de la dorsale (lorsque la lithosphère s'est complètement refroidie donc lorsque $t \rightarrow \infty$); et $T(z, t) = T_m$ en profondeur (lorsque $z \rightarrow \infty$) ou à l'axe de la dorsale (lorsque $t = 0$).

En appliquant la loi de Fourier au profil de température transitoire (40), on obtient finalement la densité de flux de chaleur à la surface de la lithosphère océanique :

$$Q_s(t) = -\frac{K(T_m - T_s)}{\sqrt{\pi\kappa t}}. \quad (41)$$

Le modèle de couche limite thermique retrouve bien la décroissance observée de la densité de flux de chaleur avec l'âge de la lithosphère océanique, et ce modèle prédit que cette décroissance est proportionnelle à la racine carrée du temps. En prenant, une conductivité moyenne pour les balsaltes $K = 3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$, une température $T_m = 1350^\circ\text{C}$ à la base de la lithosphère et $T_s = 0^\circ\text{C}$ à sa surface, une diffusivité thermique $\kappa = 0.8 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, et en exprimant t en Ma, le modèle de couche limite thermique prédit que $Q_s(t) \simeq -450 t^{-1/2} \text{ mW m}^{-2}$.

La confrontation de ce modèle avec les données montre que le modèle de couche limite thermique reproduit bien les données à partir d'une certaine distance depuis l'axe de la dorsale océanique, une fois que la couverture sédimentaire est suffisante pour limiter l'influence de la circulation hydrothermale (au-delà d'une distance d'environ 40 km de la dorsale Juan de Fuca par ex. ; Figure 12). En effet, proche de l'axe de la dorsale, la toute nouvelle lithosphère océanique n'a pas encore eu le temps d'accumuler des sédiments. L'eau de mer est donc libre de circuler dans les fractures de ces jeunes roches ignées et cette circulation hydrothermale évacue la chaleur de manière efficace. La densité de flux de chaleur évacuée uniquement par conduction à travers la jeune lithosphère océanique est donc moindre et inférieure à ce que prédit le modèle de couche limite thermique qui ne prend pas en compte la circulation hydrothermale. À l'inverse, les fonds océaniques plus vieux ont eu le temps d'accumuler une couverture sédimentaire suffisamment épaisse pour sceller les fractures des roches. La circulation hydrothermale y est donc négligeable, et le transfert de chaleur s'effectue principalement par conduction.

Toutefois, le modèle de couche limite thermique ne permet pas d'expliquer les données de flux de chaleur pour les âges les plus élevés (Figure 13) : au-delà de 80 Ma, les données de flux de chaleur sont systématiquement plus élevées que les prédictions du modèle. De plus, alors que selon le modèle la densité de flux de chaleur devrait diminuer continûment avec le temps, les données montrent au contraire que pour les lithosphères de plus de 100 Ma la perte

4. Cette fonction particulière intervient dans les problèmes de diffusion, ainsi qu'en probabilités et en statistiques, et est définie par $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-u^2} du$; cette fonction a entre autres les valeurs $\operatorname{erf}(0) = 0$ et $\operatorname{erf}(\infty) = 1$. La plupart des logiciels de calcul numérique (tableurs, MATLAB, etc.) ou de calcul formel (Maple, Xcas, etc.) permettent de la calculer automatiquement.

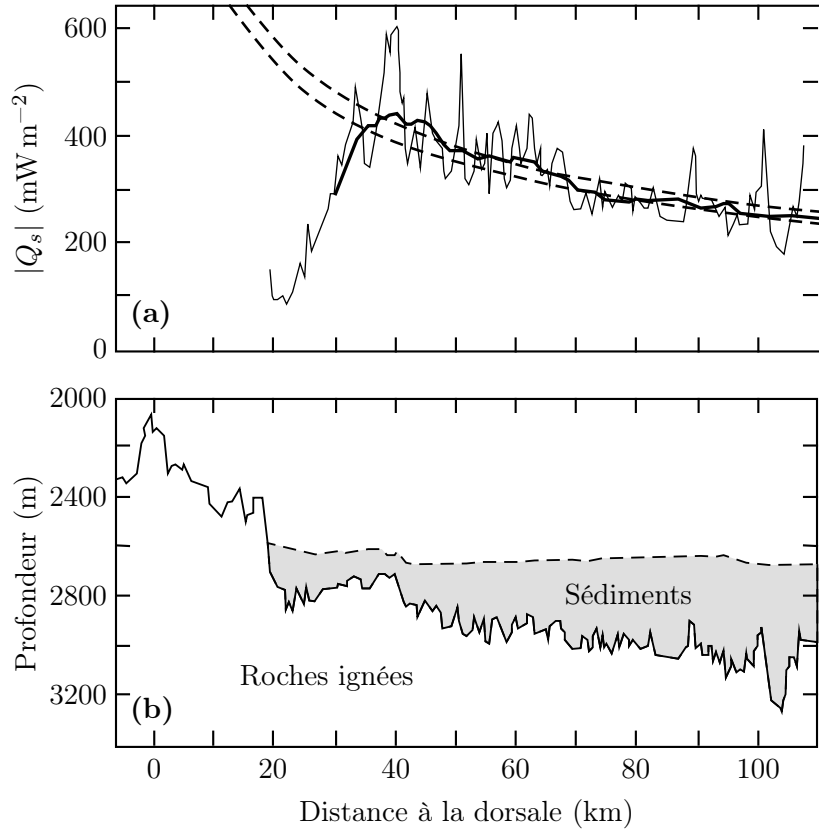


FIGURE 12 – Densité de flux de chaleur en surface et couverture sédimentaire près de la dorsale Juan de Fuca ; vitesse d’expansion océanique totale $2u = 5 - 6 \text{ cm/a}$. **(a)** Densité de flux de chaleur : données brutes en trait fin, données moyennées sur une distance de 15 km en gras, et modèle de couche limite thermique (41) représenté par les deux courbes en tireté : $|Q_s| = (490 \pm 20) t^{-1/2}$ avec $K = 3.23 \pm 0.13 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ et t exprimé en Ma. **(b)** Coupe lithologique déduite des données de sismique réflexion : la profondeur est mesurée depuis la surface de l’océan. Adapté de Davis et al. (1999, Fig. 10).

de chaleur par la Terre reste approximativement constante à -48 mW m^{-2} . Ainsi, le modèle de couche limite thermique ne semble en accord avec les données de densité de flux de chaleur que pour des lithosphères relativement jeunes ($t < 80 \text{ Ma}$).

Le modèle de couche limite thermique permet également d’expliquer l’augmentation de la profondeur des océans qui est observée avec l’âge de la lithosphère : la profondeur des océans augmente avec l’âge de la lithosphère car celle-ci devient de plus en plus dense au fur et à mesure qu’elle se refroidit, et par réajustement isostatique celle-ci s’enfonce. Si, pour simplifier, on considère que la lithosphère océanique s’éloigne d’une dorsale à une vitesse constante u , alors l’âge t des roches qui constituent la lithosphère est directement proportionnel à la distance x qui les sépare de la dorsale, $t = x/u$. À l’équilibre isostatique, à une profondeur donnée sous la lithosphère, le *niveau de compensation*, la pression exercée par la colonne des roches qui la surplombent est constante, quelque soit la distance à la dorsale. Cette pression dépend des masses volumiques des matériaux au-dessus du niveau de compensation : la masse volumique du manteau ρ_m , celles de la lithosphère ρ et de l’eau de mer ρ_w , ainsi que de l’épaisseur de la lithosphère et de la profondeur des océans. Le point clef ici est qu’avec le temps et donc la distance à la dorsale, $x = ut$, la lithosphère se refroidit : son épaisseur augmente donc

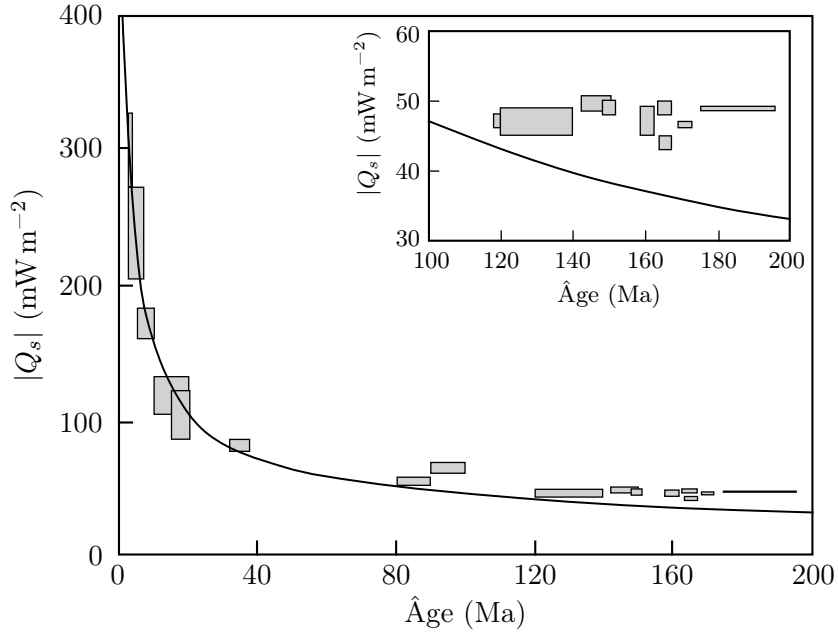


FIGURE 13 – Densité de flux de chaleur en surface $|Q_s|$ en fonction de l'âge de la lithosphère (adapté de Lister et al., 1990, Fig. 16). Les données sont représentées par les rectangles gris (taille proportionnelle à l'incertitude sur les données) et la courbe continue est le modèle de couche limite thermique. Insert : pour les âges supérieurs à 100 Ma, la densité de flux de chaleur reste approximativement constante à 48 mW m^{-2} (en valeur absolue) et est systématiquement supérieure aux prédictions du modèle (courbe continue).

(l'isotherme 1350°C s'éloigne de la surface) et sa masse volumique augmente.

En effet, les roches se dilatent avec la température, leur masse volumique diminue donc lorsque la température augmente et à l'inverse elle augmente lorsque les roches se refroidissent :

$$\rho(T(z, t)) = \rho_m [1 - \alpha(T(z, t) - T_m)]. \quad (42)$$

L'équation (42) donne la masse volumique $\rho(T)$ de la lithosphère en fonction de la température à partir d'une masse volumique de référence ρ_m connue à une température de référence T_m : $\rho(T_m) = \rho_m$. N'importe quelle masse volumique et température de référence feraient l'affaire mais on a l'habitude de prendre les valeurs à la base de la lithosphère au contact avec le manteau supérieur : $\rho_m = 3300 \text{ kg m}^{-3}$ et $T_m = 1350^\circ\text{C}$. Quant à α , c'est le coefficient de dilatation thermique des roches : $\alpha \simeq 3.5 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

À l'aide du profil de température transitoire (40), on détermine facilement comment la masse volumique de la lithosphère varie en fonction du temps au fur et à mesure que la lithosphère s'éloigne de la dorsale, et en appliquant l'équilibre isostatique on obtient l'évolution $d(t)$ de la profondeur du plancher océanique au cours du temps (ce dernier calcul n'est pas si simple mais nous allons simplement utiliser le résultat final...) :

$$d(t) = d_r + \frac{2\alpha\rho_m(T_m - T_s)}{(\rho_m - \rho_w)} \sqrt{\frac{\kappa t}{\pi}}, \quad (43)$$

où d_r est la profondeur de la dorsale sous la surface des océans.

Comme avec les données de densités de flux de chaleur, le modèle de couche limite thermique permet d'expliquer les données bathymétriques pour les lithosphères océaniques relativement jeunes (Figure 14). Mais au-delà de 80 Ma, la profondeur des océans reste relativement constante et est systématiquement sous-estimée par le modèle, qui prédit une augmentation continue de la profondeur des océans avec le temps. La lithosphère devient donc moins dense que prédite par le modèle.

Les observations de densité de flux de chaleur et de profondeur des océans constantes pour des âges de lithosphère supérieurs à 80 Ma (Figures 13 et 14) indiquent toutes les deux que la lithosphère a atteint un état stationnaire (sa structure thermique n'évolue plus dans le temps). Le modèle transitoire de couche limite thermique n'est donc plus adéquat. Le fait qu'au-delà de 80 Ma, ce modèle sous-estime la densité de flux de chaleur et surestime la profondeur des océans de manière systématique indique que la lithosphère reçoit de la chaleur depuis le manteau sous-jacent. C'est cet apport de chaleur du manteau qui explique à la fois la densité de flux de chaleur supérieure aux prédictions du modèle et le fait que la lithosphère soit moins dense que ne le prédit le modèle. Ainsi, dès sa formation au niveau des dorsales, la lithosphère océanique se refroidit initialement très rapidement et perd plus de chaleur qu'elle n'en reçoit du manteau ; elle s'épaissit donc au cours du temps, devient plus dense et s'enfonce continuellement : la densité de flux de chaleur évacuée diminue avec l'âge de la lithosphère (équation 41) alors que la profondeur des océans augmente (équation 43). Cette évolution transitoire de la lithosphère océanique dure pendant les premiers 80–100 Ma, âge à partir duquel un changement opère : l'apport de chaleur en provenance du manteau équilibre la perte de chaleur liée au refroidissement de la lithosphère. Le refroidissement de la lithosphère océanique a désormais atteint un régime stationnaire.

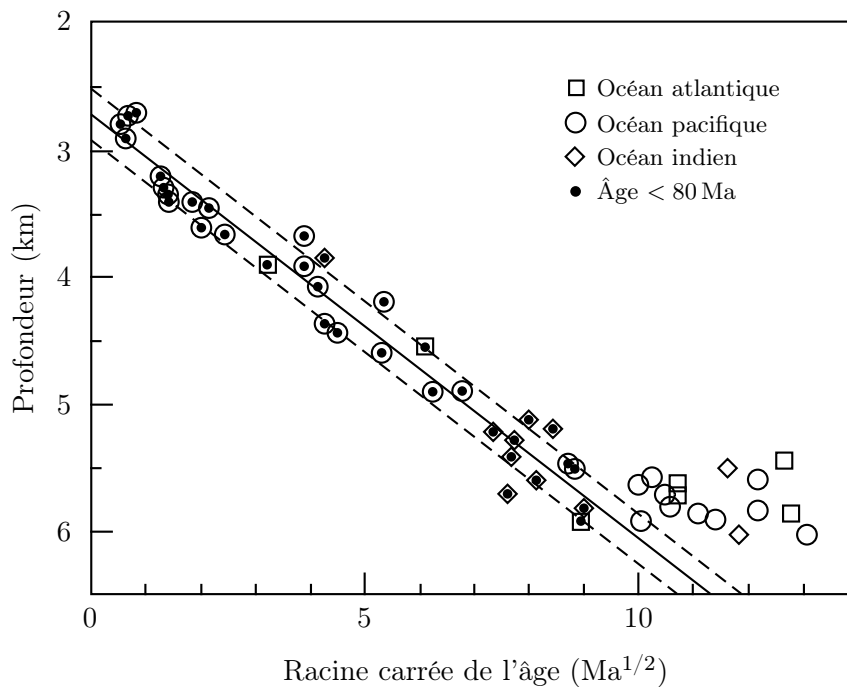


FIGURE 14 – Profondeurs des océans en fonction de la racine carrée de l'âge de la lithosphère (adapté de Carlson and Johnson, 1994, Fig. 3). Les symboles ouverts représentent les mesures, les points noirs sont les données d'âges inférieurs à 80 Ma, la droite en trait plein est issue du modèle de couche limite thermique, et les deux droites en tireté correspondent à l'incertitude du modèle.

Le géotherme océanique

Les lithosphères océaniques de plus de 80–100 Ma sont dans un régime thermique stationnaire. Puisque ce régime thermique n'évolue plus dans le temps, cela signifie que l'épaisseur de la lithosphère (souvenez vous, elle est définie par deux isothermes : 0°C à sa surface et 1350°C à sa base) n'augmente plus. Nous pouvons donc calculer le géotherme de la lithosphère à l'aide d'un modèle stationnaire simple (exercices A.5), le *modèle de plaque* (Figure 15).

Dans ce modèle, la lithosphère est assimilée à une plaque d'épaisseur constante dont les surfaces sont maintenues à des températures constantes : 0°C au fond des océans et 1350°C à la base de la lithosphère. Dans le cas le plus simple (exercice A.5.1), on considère que les propriétés de la lithosphère sont homogènes (mais des modèles plus raffinés avec des couches de propriétés différentes sont bien entendu possibles) avec une production de chaleur radioactive interne éventuelle (exercice A.5.2 ; Figure 16). Comme le montre la Figure 17, l'ensemble des données de densité de flux de chaleur de surface et de bathymétrie sont relativement bien expliquées à l'aide du modèle de plaque en considérant que la lithosphère océanique a une épaisseur moyenne d'environ 100 km. Les données montrent toutefois une certaine variabilité. Celle-ci reflètent principalement les différences de compositions des différentes lithosphères : la composition affecte les propriétés physiques de la lithosphère qui contrôlent son affaissement isostatique, et différentes concentrations en éléments radioactifs de longue période induisent des taux de production de chaleur différents et impliquent donc des épaisseurs de lithosphère différentes pour expliquer les données (exercices A.5.1 et A.5.2). Par ailleurs, la couverture sédimentaire qui tapisse les océans a un effet thermique isolant, une fois que suffisamment de sédiments se sont accumulés sur le plancher océanique (exercice A.5.3).

Remarque importante : l'épaisseur de la lithosphère n'est pas établie au hasard. Au contraire, l'épaisseur de la lithosphère océanique est la conséquence de son refroidissement (y compris l'influence des sédiments qui la recouvrent) et de ses propriétés thermiques (déterminées par la composition des roches qui la constituent). L'épaisseur et le géotherme de la lithosphère sont intimement liés l'un à l'autre. Ainsi, la lithosphère océanique s'épaissit et s'affaisse au cours du temps, de manière transitoire, au fur et à mesure qu'elle s'éloigne de la

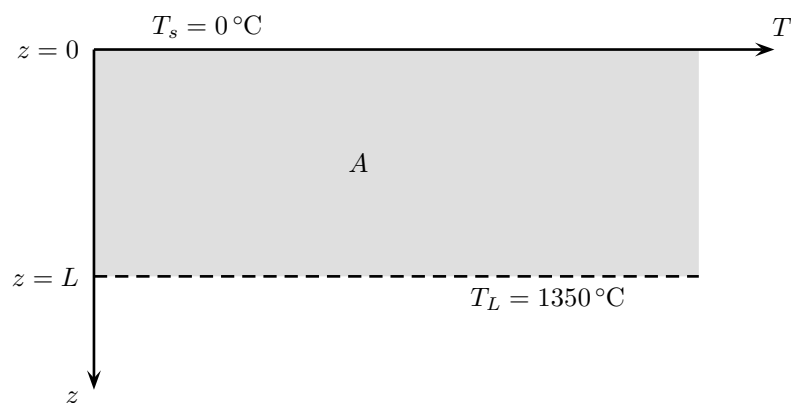


FIGURE 15 – Schéma du modèle stationnaire de plaque. La lithosphère est représentée à l'aide d'une plaque d'épaisseur L constante, avec une production de chaleur interne par désintégration radioactive A éventuelle, et cette plaque est continuellement maintenue à une température $T_s = 0^\circ\text{C}$ à sa surface en $z = 0$ et à une température $T_L = 1350^\circ\text{C}$ à sa base en $z = L$.

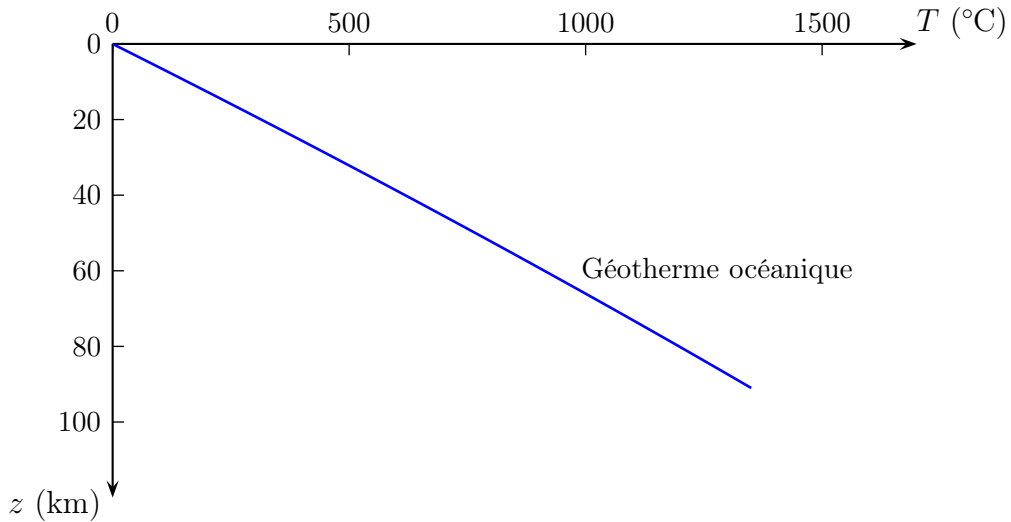


FIGURE 16 – Géotherme océanique $T(z)$ calculé à l’aide du modèle de plaque avec un taux de production de chaleur volumique $A = 0.073 \mu\text{W m}^{-3}$ constant sur toute l’épaisseur de la lithosphère et une conductivité thermique des roches $K = 3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ (exercice A.5.2). La base de la lithosphère est définie par l’isotherme 1350°C .

ride océanique et se refroidit, jusqu’à atteindre une épaisseur stationnaire d’environ 100 km lorsque que l’équilibre thermique est atteint, au bout d’environ 80–100 Ma, une fois que son réchauffement par le manteau sous-jacent et sa production de chaleur interne sont exactement contrebalancés par la perte de chaleur à sa surface.

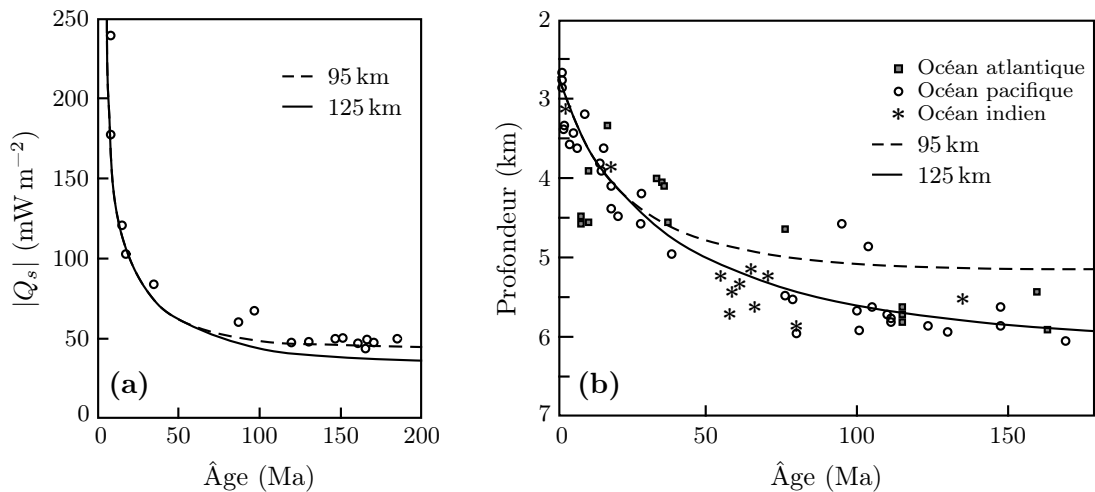


FIGURE 17 – Comparaison des mesures de densité de flux de chaleur et de bathymétrie avec le modèle de plaque. (a) Densité de flux de chaleur en surface $|Q_s|$ en fonction de l’âge de la lithosphère (adapté et simplifié de Lister et al., 1990, Fig. 16) : les symboles correspondent aux mesures effectuées dans les océans atlantique et pacifique, et les courbes correspondent au modèle de plaque pour deux épaisseurs lithosphériques différentes, 125 km en trait plein et 95 km en tireté. (b) Profondeur des océans en fonction de l’âge de la lithosphère (adapté et simplifié de Johnson and Carlson, 1992, Fig. 2) : les symboles correspondent aux mesures, et les courbes correspondent au modèle de plaque pour des épaisseurs lithosphériques de 125 km (trait plein) et 95 km (tireté).

Comme nous allons maintenant le voir en détails, la composition et les conditions thermiques différentes de la lithosphère continentale impliquent des épaisseurs et des géothermes différents du cas océanique.

3.2.4 La lithosphère continentale

La lithosphère continentale diffère de la lithosphère océanique pour plusieurs raisons : parce qu'elle est beaucoup plus vieille et qu'elle a donc enregistré toute une histoire tectonique que n'a pas pu connaître la lithosphère océanique ; parce qu'elle est affectée par des déformations tectoniques qui modifient sa température (Figure 2) ; parce que sous ses cœurs stables (les cratons) se trouvent des racines épaisses et relativement froides ; et enfin parce qu'elle est bien plus riche en éléments radioactifs de longue période que la lithosphère océanique (Tableau 2). À l'échelle des continents, on observe généralement une diminution globale de la densité de flux de chaleur perdue par la lithosphère au fur et à mesure qu'on se déplace vers le centre des cratons (par ex. le bouclier canadien) et donc avec l'âge de la lithosphère. Mais cette tendance n'est pas systématique comme sous les océans car elle est perturbée par l'histoire tectonique, généralement complexe, que la lithosphère continentale a pu connaître, ce qui se traduit par une carte de la densité de flux de chaleur plus bouleversée (Figure 5).

Par ailleurs, on a pu mettre en évidence une corrélation entre la densité de flux de chaleur perdue par la lithosphère continentale et le taux de production de chaleur radiogénique mesuré à sa surface. Toutefois, il faut noter que cette corrélation, lorsqu'elle est observée, n'existe qu'à une certaine grande échelle. Localement, la diversité des roches présentes en surface, et que le jeu de la tectonique a juxtaposées parfois sur des distances très courtes, implique de fortes variations horizontales du taux de production de chaleur en surface qui ne révèlent alors pas cette corrélation. À des échelles très grandes couvrant différentes provinces géologiques, cette corrélation est également absente. Mais à une échelle intermédiaire, au sein d'une même grande province géologique, on peut observer une corrélation positive et linéaire entre le taux volumique moyen de production de chaleur A_0 et la densité de flux de chaleur moyenne Q_s mesurés à leur surface : la lithosphère continentale semble perdre d'autant plus de chaleur que son taux de production de chaleur est élevé (Figure 18). Cette relation linéaire peut s'écrire mathématiquement

$$|Q_s| = |Q_r| + A_0 D \quad (44)$$

$$\Leftrightarrow -Q_s = -Q_r + A_0 D \quad (45)$$

$$\Leftrightarrow Q_s = Q_r - A_0 D, \quad (46)$$

si l'on mesure les profondeurs de manière positive depuis la surface vers le centre de la Terre (souvenez vous de la remarque au tout début la section 3.2.3), et où Q_s est la densité de flux de chaleur moyenne mesurée à la surface, Q_r est l'ordonnée à l'origine de cette droite, c-à-d la densité de flux de chaleur en surface lorsque la production de chaleur $A_0 = 0$, et D est la pente (le coefficient directeur) de la droite et dont les dimensions sont celles d'une longueur.

L'interprétation la plus simple de cette relation est que la pente D de la droite correspond à l'épaisseur des roches qui produisent de la chaleur dans la lithosphère continentale. Ainsi, la densité de flux de chaleur mesurée en surface Q_s est à la somme de deux contributions : l'une issue de la production de chaleur par désintégration radioactive à un taux A_0 dans une couche de roches d'épaisseur D , à laquelle s'ajoute une densité de flux de chaleur Q_r qui viendrait d'en dessous. Cette relation est donc une *équation de conservation de l'énergie* : l'énergie thermique qui sort par la surface de la lithosphère est égale à celle qui y est produite

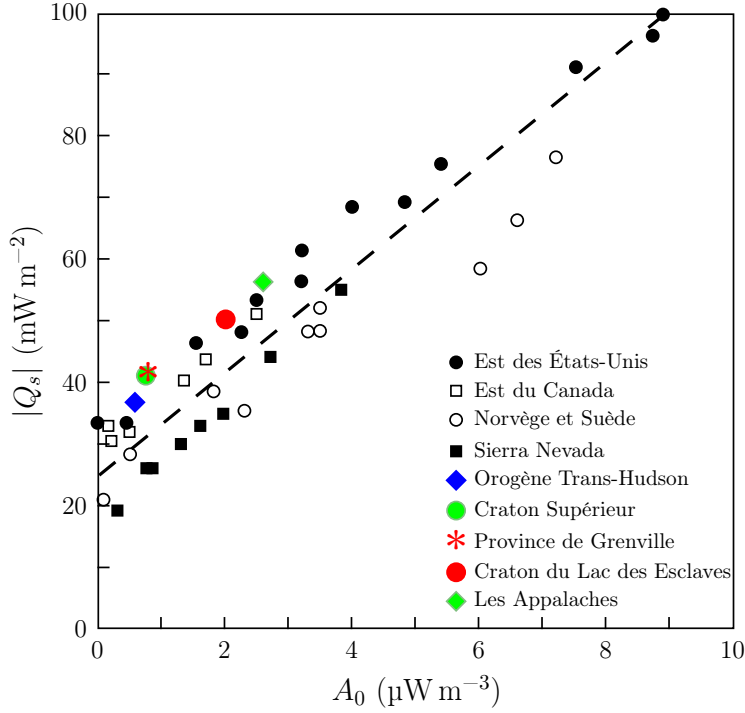


FIGURE 18 – Corrélation observée entre la valeur moyenne de la densité de flux de chaleur de surface Q_s et le taux volumique moyen de production de chaleur en surface A_0 pour différentes grandes provinces géologiques européenne et nord-américaines. La droite en tireté est la relation linéaire (44) avec $|Q_r| = 25 \text{ mW m}^{-2}$ et $D = 8 \text{ km}$. Adapté de Perry et al. (2006, Fig. 11) et Turcotte and Schubert (2014, Fig. 4.11).

plus celle qui y entre par en-dessous. L'interprétation la plus simple implique que le taux de production de chaleur A_0 serait constant sur toute l'épaisseur D . Or la corrélation observée en Amérique du Nord et en Europe (Figure 18) indique une épaisseur D d'environ $8 \pm 1 \text{ km}$. Autrement dit, $D \sim 10 \text{ km}$, une épaisseur bien inférieure à celle de toute la croûte continentale. Que la production de chaleur radioactive soit concentrée dans les dix premiers kilomètres de profondeur est surprenant car les données sismiques indiquent que des roches de compositions granitiques peuvent s'étendre jusqu'à des profondeurs d'environ 25 km sous pratiquement tous les continents, et ce type de roches produit *a priori* une quantité non négligeable de chaleur (exercice A.1). Les éléments radioactifs de longue période sont clairement concentrés proche de la surface (si ce n'était pas le cas et qu'ils étaient répartis de manière uniforme en profondeur, la densité de flux de chaleur en surface serait nettement supérieure à ce que nous mesurons) mais D ne peut pas correspondre à toute l'épaisseur de la croûte continentale (qui est supérieure à 10 km). Donc la concentration en éléments radioactifs doit décroître avec la profondeur, ce qui implique que le taux volumique de production de chaleur décroît lui aussi avec la profondeur. La conservation de l'énergie thermique dans la lithosphère continentale doit donc se récrire mathématiquement de la façon suivante :

$$|Q_s| = |Q_r| + \int_{z=0}^{z=L} A(z) dz \quad (47)$$

$$\Leftrightarrow Q_s = Q_r - \int_{z=0}^{z=L} A(z) dz, \quad (48)$$

où L est l'épaisseur de la lithosphère, et la densité de flux de chaleur en surface Q_s peut être calculée si l'on connaît $A(z)$ ou qu'on peut l'approximer. Un modèle communément choisi est celui d'une décroissance exponentielle : $A(z) = A_0 \exp(-z/D)$.

Remarque importante : l'expression $A(z) = A_0 \exp(-z/D)$ n'est qu'un modèle, une simplification mathématique. Il est en effet très improbable que le taux de production de chaleur diminue exactement selon cette relation dans toutes les régions de la lithosphère continentale. Ce modèle de décroissance exponentielle est donc forcément erroné (il n'est pas exact en tout point à la réalité) mais il est très utile. Premièrement, il est indépendant du niveau d'érosion d'une région donnée : quelle que soit l'importance de cette érosion, $A(z)$ décroîtra toujours de manière exponentielle avec la profondeur (exercice A.6.1). Ensuite, et surtout, ce modèle exponentiel vérifie la relation linéaire (46) exhibée par les mesures (exercice A.6.2). Enfin, il est important de noter que dans ce modèle, D représente simplement la profondeur à laquelle le taux de production de chaleur a diminué d'un facteur e : $A(z = D) = A_0/e$, le taux de production de chaleur n'y vaut donc plus qu'environ un tiers de sa valeur de surface. Comme le montre la Figure 18, les mesures indiquent que $D \sim 10$ km : les mesures de densité de flux de chaleur en surface sont donc surtout sensibles au taux de production de chaleur dans les premiers 10 km.

Les effets de la production de chaleur interne sur le géotherme

Le fait que la lithosphère continentale contiennent une quantité importante d'éléments radioactifs de longue période, et donc qu'elle produise de la chaleur de manière interne, a de nombreuses conséquences pour son géotherme. Le premier effet notable est que le géotherme continental est courbé. Ceci est également vrai du géotherme océanique mais la lithosphère océanique produit nettement moins de chaleur que la lithosphère continentale et ceci limite la courbure du géotherme océanique (pour vous en convaincre, comparez les résultats des exercices A.5.1 et A.5.2). En comparaison, la courbure du géotherme continental est bien plus importante.

La courbure du profil de température dans un solide qui conduit la chaleur implique soit la présence d'une source de chaleur interne, soit une évolution de la température avec le temps. Ce dernier cas aura lieu lorsqu'il y a une hausse soudaine de température à un endroit donné (une intrusion magmatique, par ex.) ; la chaleur sera ensuite transmise vers les régions de plus faible température ce qui modifiera et courbera momentanément le profil de température. Il y aura donc une évolution transitoire du profil de température jusqu'à ce qu'un nouvel état stationnaire soit atteint. Ici, nous ne nous occuperons pas de ce cas transitoire (qui est assez compliqué à traiter) et nous allons nous focaliser sur le profil de température en état stationnaire, c-à-d le géotherme pour la lithosphère. Une courbure du géotherme (qui est stationnaire par définition, rappelez vous) traduit donc la présence d'une source de chaleur interne.

Pour l'illustrer, nous allons calculer le profil de température au sein d'un granite, et nous allons voir comment ce profil et sa forme évoluent en fonction du taux de production de chaleur interne. Dans cet exercice, le granite a une épaisseur L , et nous allons supposer que ses extrémités sont maintenues à une température T_0 en $y = 0$ et à une température plus faible T_1 en $y = L$, et que la chaleur est transmise uniquement le long de l'axe Oy . Ce granite possède une masse volumique ρ , une conductivité thermique K et une capacité calorifique C_p , et il produit de la chaleur à un taux volumique A que nous supposons uniforme : quel est alors le profil de température stationnaire dans ce granite ?

Puisque la chaleur n'est conduite que dans une direction, le long de l'axe Oy , nous partons de l'équation de la chaleur à une dimension en état stationnaire :

$$\frac{K}{\rho C_p} \frac{d^2 T}{dy^2} + \frac{A}{\rho C_p} = 0 \quad (49)$$

$$\Leftrightarrow \frac{d^2 T}{dy^2} = -\frac{A}{K}. \quad (50)$$

En intégrant deux fois cette équation, on obtient le profil de température

$$T(y) = -\frac{A}{2K}y^2 + C_1y + C_2, \quad (51)$$

où C_1 et C_2 sont deux constantes d'intégration indépendantes de la position y dans le granite. À l'aide des deux conditions aux limites $T(y=0) = T_0$ et $T(y=L) = T_1$, nous déduisons de l'équation (51) que

$$C_1 = \frac{(T_1 - T_0)}{L} + \frac{AL}{2K}, \text{ et } C_2 = T_0, \quad (52)$$

et ainsi l'équation du profil de température :

$$T(y) = -\frac{A}{2K}y^2 + \left[\frac{AL}{2K} - \frac{(T_0 - T_1)}{L} \right] y + T_0. \quad (53)$$

Si le granite ne produisait pas de chaleur, son profil de température serait alors simplement $T(y) = (T_1 - T_0)y/L + T_0$ (faites le calcul!) ; sa température évoluerait donc de manière linéaire entre ses deux extrémités. À l'inverse, l'existence d'une production de chaleur interne induit un profil de température qui n'est plus linéaire mais qui varie comme y^2 (équation 53) : le profil de température est courbé.

Pour illustrer cette courbure, prenons un granite hypothétique de 4 km d'épaisseur, dont les extrémités sont maintenues aux températures $T_0 = 250^\circ\text{C}$ et $T_1 = 240^\circ\text{C}$, et de conductivité thermique $K = 3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$. La Figure 19 montre comment le profil de température (53) change avec le taux de production de chaleur pour trois cas différents, 0, 3 et $6 \mu\text{W m}^{-3}$: plus le taux de production de chaleur est élevé, plus le profil de température est courbé. Cette figure montre également que dans le cas extrême où le taux de production de chaleur est particulièrement élevé (courbe rouge), la température au sein du granite peut potentiellement dépasser les températures maintenues aux extrémités.

Le fait qu'une production de chaleur interne courbe le profil de température stationnaire a également une conséquence importante sur la façon dont le solide évacue sa chaleur : lorsqu'il y a production de chaleur interne, la densité de flux de chaleur Q n'est plus constante dans le solide, elle varie avec la position. En effet, un profil de température courbé implique nécessairement une dérivée de ce profil qui n'est pas constante et donc, grâce à la loi de Fourier, une densité de flux de chaleur qui ne l'est pas non plus. Nous pouvons de nouveau illustrer cela en calculant la densité de flux de chaleur $Q(y)$ dans notre granite. Il suffit pour cela de calculer le gradient du profil de température (53) et d'utiliser la loi de Fourier qui relie ce gradient à $Q(y)$. On trouve alors que la densité de flux de chaleur dans le granite

$$Q(y) = A \left(y - \frac{L}{2} \right) + \frac{(T_0 - T_1)K}{L}. \quad (54)$$

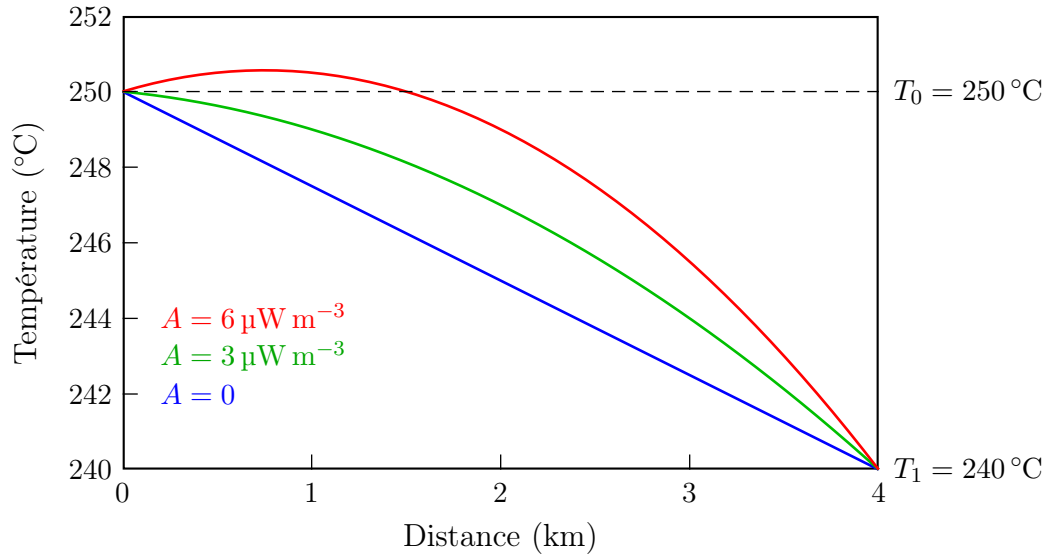


FIGURE 19 – Profil de température (53) en fonction de la position y le long d'un granite, pour trois taux de production de chaleur différents.

Nous voyons ainsi que la densité de flux de chaleur n'est pas constante (ce qui serait le cas s'il n'y avait pas de production de chaleur interne; faites le calcul!) mais au contraire varie linéairement avec la position y dans le granite (équation 54). Et ceci a un impact direct sur la façon dont le granite évacue sa chaleur. En effet, la densité de flux de chaleur est un vecteur, et le sens dans lequel ce vecteur est orienté indique le sens dans lequel la chaleur est transportée. La chaleur est toujours transportée des températures les plus élevées vers les températures les moins élevées. Dans l'exemple de notre granite, la température $T_0 = 250\text{ °C}$ à l'extrémité en $y = 0$ est supérieure à la température $T_1 = 240\text{ °C}$ à l'extrémité en $y = L$. Donc sans production de chaleur interne, la chaleur est transportée le long de l'axe Oy avec une valeur positive de Q puisque son vecteur est orienté dans le même sens que Oy . Lorsqu'il y a production de chaleur interne, $Q(y)$ n'est plus constante. La densité de flux de chaleur peut alors potentiellement prendre des valeurs positives à certains endroits dans le granite, valeurs pour lesquelles \vec{Q} est alors orienté dans le même sens que Oy , et des valeurs négatives à d'autres endroits où \vec{Q} est alors orienté dans le sens opposé.

Pour le comprendre, regardons comment la dérivée du profil de température, c-à-d son gradient, varie dans le granite (à partir de l'équation 53 ou directement sur la Figure 19) : lorsque la production de chaleur est nulle ou modérée (Figure 19, courbes bleue et verte, respectivement), la température diminue continuellement entre l'extrémité en $y = 0$ et celle en $y = L$, le gradient de température est donc partout négatif et la densité de flux de chaleur partout positive (Figure 20; souvenez vous de la loi de Fourier); par contre si le taux de production de chaleur est suffisamment élevé pour que la température dans le granite soit par endroit supérieure à T_0 (Figure 19, courbe rouge), cela implique que le gradient de température est positif proche de l'extrémité en $y = 0$ et que Q est négative à ces endroits, et qu'il est négatif proche de $y = L$ où Q est alors positive (Figure 20; faites le calcul!). Nous voyons donc que suivant le taux de production de chaleur interne, notre granite peut perdre sa chaleur par ses deux extrémités ou seulement par une seule.

Comme nous allons le voir, ce que nous venons de discuter est important pour comprendre

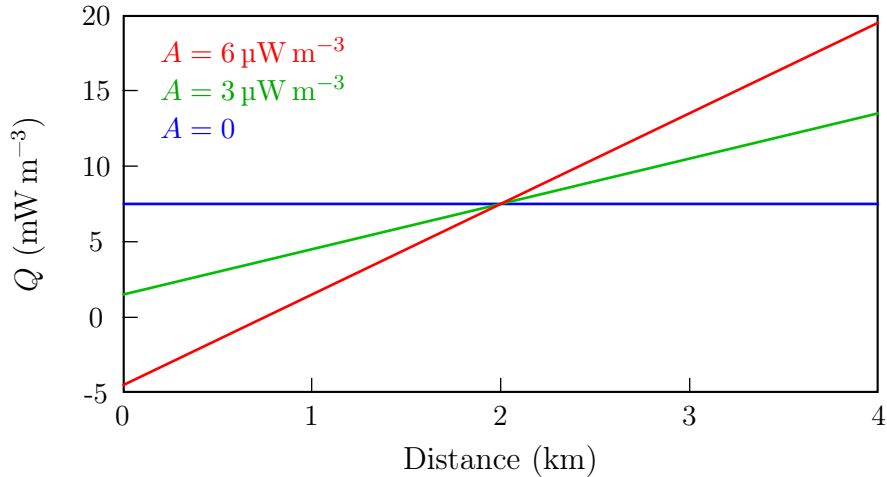


FIGURE 20 – Profil de la densité de flux de chaleur (54) en fonction de la position y le long d'un granite, pour trois taux de production de chaleur différents.

l'impact que la production de chaleur radioactive a sur le transfert de chaleur dans la lithosphère continentale et donc sur le géotherme continental.

Le géotherme continental

Pour calculer le géotherme continental, nous allons utiliser le même modèle de plaque que pour le géotherme océanique (Figure 15) mais en prenant en compte la production de chaleur interne particulière de la lithosphère continentale. La lithosphère continentale est donc modélisée par une plaque d'épaisseur constante L dont les températures supérieure et inférieure sont maintenues respectivement aux températures $T_s = 0^\circ\text{C}$ et $T_L = 1350^\circ\text{C}$, et dans laquelle de la chaleur est produite à un taux volumique qui décroît exponentiellement avec la profondeur avec une échelle de longueur caractéristique D . La Figure 21 représente le géotherme continental dans une lithosphère de 160 km d'épaisseur (exercice A.7.1). On observe ainsi qu'à cause de la production de chaleur radioactive, la température augmente moins vite avec la profondeur que s'il n'y avait aucune production de chaleur interne. Nous trouvons ainsi, ce qui n'était *a priori* pas évident, que grâce à la production de chaleur interne, le gradient de température diminue avec la profondeur.

Comme dans l'exercice avec le granite, la production de chaleur interne courbe le profil de température. Par contre, si cette production de chaleur augmentait la température dans le granite, cette même production de chaleur la diminue dans la lithosphère. La raison de cette différence vient des *conditions aux limites* (les informations dont nous disposons à certains endroits du problème) qui sont différentes dans les deux cas. Dans l'exercice avec le granite, nous cherchions à calculer le profil de température en connaissant les températures à ses extrémités et son épaisseur. Nous n'avons aucune restriction sur la densité de flux de chaleur à ses extrémités, et comme on peut le voir sur la Figure 20 (ou le déduire de la Figure 19), celles-ci augmentent (en valeur absolue) avec le taux de production de chaleur. Dans le cas de la lithosphère, c'est différent. Nous connaissons la température à sa surface et nous avons défini la base de la lithosphère à l'aide de l'isotherme 1350°C mais nous ne connaissons pas son épaisseur, en tout cas pas *a priori*. Par contre, nous pouvons mesurer la densité de flux de chaleur Q_s à la surface, et c'est grâce à cette information sur Q_s que nous pouvons calculer

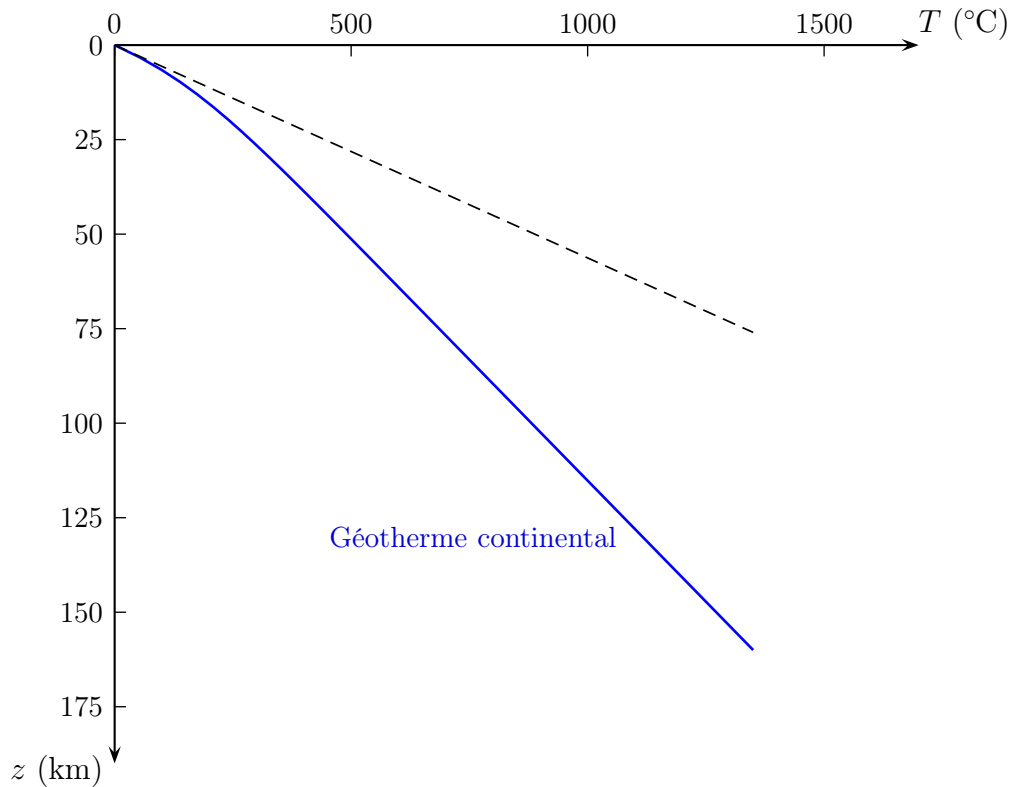


FIGURE 21 – Géotherme continental (courbe bleue continue) calculé à l’aide du modèle de plaque : le taux de production de chaleur volumique décroît exponentiellement avec la profondeur, avec une échelle de longueur caractéristique $D = 10$ km et une valeur en surface $A_0 = 2.5 \mu\text{W m}^{-3}$; la conductivité thermique des roches $K = 2.5 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ et la base de la lithosphère est définie par l’isotherme 1350°C (exercice A.7.1). La courbe en tireté correspond au géotherme qui existerait s’il n’y avait pas production de chaleur interne.

l’épaisseur de la lithosphère et le géotherme (exercice A.7.2). Ainsi, plus le taux de production de chaleur est élevé et plus la lithosphère doit être épaisse pour expliquer une même valeur de densité de flux de chaleur à la surface (Figure 21 ; exercices A.7.2 et A.7.4). Ceci implique donc que plus le taux de production de chaleur est élevé, et moins l’augmentation de température avec la profondeur est rapide. Autrement dit, plus la production de chaleur interne est importante et plus le gradient de température diminue rapidement avec la profondeur.

Une autre conséquence d’une production de chaleur radioactive importante dans la lithosphère continentale est qu’elle diminue la densité de flux de chaleur en provenance du manteau (exercice A.7.3). En effet, la densité de flux de chaleur que l’on mesure en surface est la somme de la densité de flux de chaleur produite dans la lithosphère par désintégration radioactive et de la densité de flux de chaleur fournie par le manteau à la base de la lithosphère (équation 48). De nouveau, la seule information réelle dont nous disposons sur la densité de flux de chaleur est sa valeur mesurée en surface. Nous venons de voir que plus le taux de production de chaleur interne est élevé et plus la lithosphère est épaisse. La chaleur produite par toute la lithosphère est alors plus importante, et cela implique donc nécessairement que la densité de flux de chaleur fournie par le manteau est alors plus faible pour une même densité de flux de chaleur mesurée en surface. La lithosphère continentale joue ainsi un rôle d’isolant vis-à-vis du manteau, isolant qui est d’autant plus efficace que la lithosphère est épaisse.

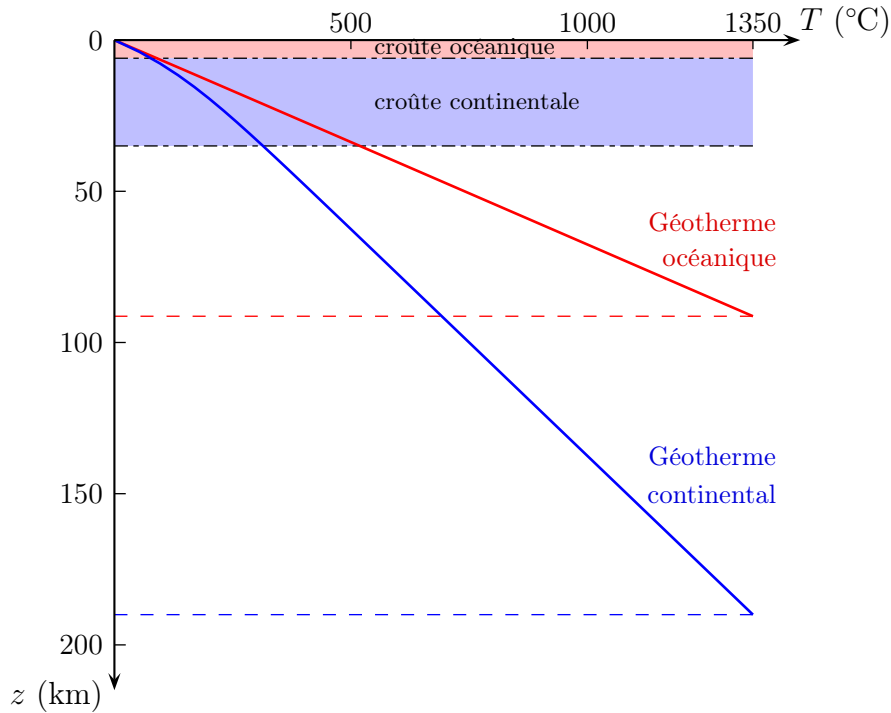


FIGURE 22 – Géothermes océanique et continental calculés à l’aide du modèle de plaque. Le taux de production de chaleur volumique décroît exponentiellement avec la profondeur, avec une échelle de longueur caractéristique $D = 10 \text{ km}$ et une valeur en surface $A_0 = 0.073 \mu\text{W m}^{-3}$ dans la lithosphère océanique et $A_0 = 2.5 \mu\text{W m}^{-3}$ dans la lithosphère continentale. Dans les deux cas, la conductivité thermique des roches $K = 3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$, la base des lithosphères est définie par l’isotherme 1350 °C et la densité de flux de chaleur en surface $Q_s = -45 \text{ mW m}^{-2}$. La croûte continentale (bleu pâle) fait 35 km d’épaisseur, la croûte océanique (rouge pâle) 6 km . Il résulte de ce modèle des épaisseurs de lithosphère différentes (91 km et 190 km), à la base desquelles le manteau fournit des densités de flux de chaleur qui sont aussi différentes (-44 mW m^{-2} et -20 mW m^{-2}). Faites l’exercice !

3.2.5 Implications⁵

Les calculs que nous avons faits pour obtenir les géothermes océaniques et continentaux fournissent plusieurs résultats importants. Premièrement, la température augmente plus rapidement sous les océans que sous les continents (Figure 22). Toutefois, en dépit de valeurs différentes de densité de flux de chaleur de surface, de taux de production de chaleur interne, et de densité de flux de chaleur fournie par le manteau, les gammes de valeurs de température au sein des lithosphères océaniques et continentales restent du même ordre de grandeur.

Un autre résultat des modèles est que de faibles différences dans la mesure de la densité de flux de chaleur en surface (ou, ce qui revient au même, du gradient de température à la surface) impliquent des différences significatives des épaisseurs de lithosphère et des températures en profondeur. Pour vous en convaincre, comparez les géothermes représentés sur la Figure 22 avec ceux que vous obtenez en ne variant que de quelques mW m^{-2} la valeur de la densité de flux de chaleur en surface (ou en changeant de quelques °C/km le gradient de température en surface). En général, une densité de flux de chaleur de surface élevée implique que le géotherme atteint l’isotherme 1350 °C à faible profondeur et donc une lithosphère fine,

5. Cette section est reprise pour partie du chapitre d’introduction du livre de A. Philpotts et J. Ague, *Principles of Igneous and Metamorphic Petrology*, (2009, Cambridge University Press, 2nd edition).

alors qu'une densité de flux de chaleur de surface faible implique une lithosphère épaisse. Ainsi, si l'on traduit les valeurs de densité de flux de chaleur mesurées à la surface de la Terre en profondeurs auxquelles l'isotherme à la base de la lithosphère est atteint, on trouve que la lithosphère peut atteindre 300 km d'épaisseur sous les cratons du Précambien mais que son épaisseur ne fait plus qu'environ 50 km sous les dorsales océaniques. Les continents ressemblent ainsi à des navires rocheux gigantesques dont l'énorme quille lithosphérique s'enfonce dans l'asténosphère, quille qui est d'autant plus épaisse et isolante que sa production de chaleur interne est élevée.

Les vitesses sismiques chutent brutalement d'environ 10 % à une profondeur comprise entre 60 et 100 km, la limite supérieure de la zone de faible vitesse sismique évoquée en introduction. Cette profondeur est interprétée comme marquant l'intersection du géotherme avec le solidus de la péridotite du manteau, qui contient un peu d'eau (en quantité variable) et dont le solidus est donc inférieur à 1350 °C (le solidus de la péridotite sèche). Cette interprétation est cohérente avec les géothermes calculés en considérant le solidus d'une péridotite hydratée (ce solidus dépend de la quantité d'eau présente dans la péridotite, qui dépend elle-même du contexte géodynamique).

Un autre résultat est que les températures des géothermes lithosphériques sont trop faibles pour produire des magmas ou des roches métamorphiques : toutes les températures des géothermes lithosphériques sont inférieures au solidus des roches à ces profondeurs. Pourtant, de nombreuses évidences montrent que la température dans la lithosphère dépasse parfois le solidus des roches ou bien qu'elle est suffisamment élevée pour induire des transformations métamorphiques. Comme nous le verrons plus loin (section 4), ces températures élevées existent au-dessus des zones de subduction en réponse à l'ascension dans la croûte de magmas issus de la fusion partielle du manteau, ou bien encore à cause de la remontée de l'asténosphère sous les lithosphères en extension (exercice A.7.5). Toutefois, il est important de réaliser que ces conditions sont transitoires. Autrement dit, la formation des roches nécessite une perturbation du géotherme.

La formation des roches et leur transformation métamorphique sont des processus discontinus, dans le temps (ils n'ont pas lieu tout le temps) et dans l'espace (ils n'ont pas lieu partout). Le géotherme transfère continuellement la chaleur vers la surface de la Terre mais ce n'est qu'épisodiquement que les roches se forment ou se transforment, lorsque la température devient suffisamment élevée, à une profondeur et donc une pression données. Lors de ces épisodes de formation, la Terre se refroidit plus vite qu'avec le géotherme : la Terre évacue ses bouffées de chaleur en (trans)formant des roches. Ceci implique une perturbation du géotherme et de son gradient, et ces perturbations ont lieu à cause des mouvements de la tectonique des plaques. C'est pourquoi la formation des roches a essentiellement lieu proche des limites de plaques et au niveau des points chauds.

La formation des roches ignées et métamorphiques est donc le moyen pour la Terre d'éliminer les perturbations du géotherme créées par la tectonique des plaques. La tectonique des plaques est l'expression en surface des mouvements de convection dans le manteau qui transfèrent la chaleur depuis l'intérieur de la Terre vers la lithosphère, et nous allons maintenant voir comment la convection opère dans le manteau.

3.3 Le manteau

3.3.1 La convection thermique

La *convection thermique* est le mécanisme de transfert de la chaleur par mouvement de matière. C'est le mécanisme de transfert de chaleur dominant à grande profondeur lorsque la température est suffisamment élevée pour que les matériaux se déforment à des vitesses significatives à l'échelle des temps géologiques, c-à-d dans le manteau et dans le noyau externe liquide (nous évoquerons brièvement le noyau dans la prochaine section). Toutefois, la convection n'est pas limitée aux grandes profondeurs : elle joue aussi un rôle important dans les roches perméables où il y a de la circulation hydrothermale, dans les intrusions et les réservoirs magmatiques, et elle gouverne le transfert de chaleur dans les océans et l'atmosphère.

La plupart des matériaux, y compris le manteau terrestre, se dilatent avec la température : leur masse volumique diminue lorsque leur température augmente. Ces changements de masse volumique combinés à la gravité induisent des forces d'Archimède (on parle aussi de *flottabilité*), et ce sont ces forces d'Archimède qui créent les mouvements de convection⁶. L'évolution de la masse volumique ρ de la plupart des matériaux (dont les roches du manteau) avec la température T peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\rho(T) = \rho(T_0) [1 - \alpha(T - T_0)], \quad (55)$$

où $\rho(T_0)$ est la masse volumique du matériau qui nous intéresse à une température de référence T_0 que l'on connaît et α est le coefficient de dilatation thermique de ce matériau (coefficient positif exprimé en K^{-1} ; pour la plupart des roches $\alpha \sim 3 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$). Ainsi lorsque la température augmente, $T > T_0$ et la masse volumique diminue, ce qui crée une force d'Archimède qui est dirigée dans le sens opposé à la gravité, donc vers le haut. À l'inverse, une diminution de température, $T < T_0$, induit une hausse de la masse volumique et donc une force d'Archimède dans le sens de la gravité, dirigée vers le bas. Ainsi, chauffer un fluide visqueux par le bas et le refroidir par le haut crée une situation instable propice à la convection, avec une partie supérieure plus dense et une partie inférieure moins dense : c'est la *convection de Rayleigh Bénard* (Figure 23).

Cependant, ce n'est pas parce que les changements de masse volumique induisent des forces d'Archimède qu'il y a nécessairement convection. En effet, deux propriétés ont tendance à s'opposer aux forces d'Archimède : la viscosité du matériau et sa diffusivité thermique. Les mouvements de matière associés à la convection sont d'autant plus lents que la viscosité du matériau est élevée, la convection est donc plus difficile à mettre en œuvre avec une forte viscosité. Quant à la diffusivité thermique, elle favorise l'échange de chaleur par conduction, il est donc d'autant plus difficile d'échanger de la chaleur par mouvements de matière, c-à-d par convection, que la diffusivité thermique est élevée. Pour que la convection ait lieu, il faut donc que les forces d'Archimède soient suffisamment élevées pour contrebalancer ces deux oppositions (la résistance visqueuse et la diffusion de la chaleur) : on dit que la convection thermique est une *instabilité à seuil* ; elle ne démarre qu'au-delà d'un certain seuil critique.

6. Des changements de masse volumique peuvent également avoir une origine chimique. Par ex., lors de la cristallisation d'un réservoir magmatique, le liquide silicaté résiduel qui accompagne la formation des cristaux s'enrichit généralement en éléments plus légers, la masse volumique de ce liquide résiduel diminue donc au cours de la cristallisation ce qui peut entraîner de la convection dite *compositionnelle* ou *solutale*. Un autre exemple est la couche *D''* dont la température est plus élevée que celle du manteau au-dessus d'elle mais qui est probablement aussi chimiquement moins dense ; les forces d'Archimède d'origines thermique et chimique à cet endroit du manteau pourraient donc être la cause de certains points chauds d'origine profonde.

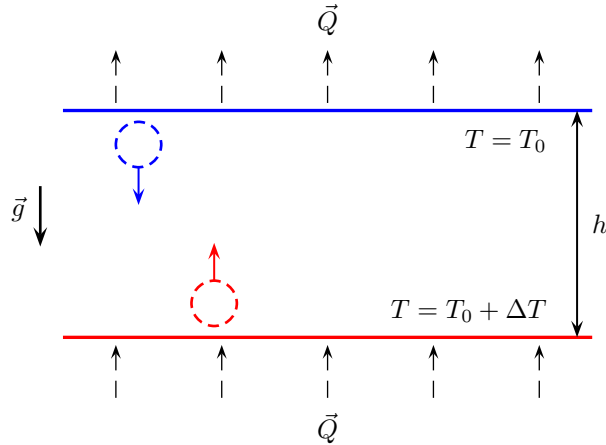


FIGURE 23 – Illustration schématique de la convection de Rayleigh-Bénard. Une couche de fluide d'épaisseur h est chauffée par le bas et refroidie par le haut avec une densité de flux de chaleur Q de façon à maintenir une différence de température ΔT à travers la couche de fluide : le sommet de la couche est maintenue à une température T_0 tandis que sa base est maintenue à la température $T_0 + \Delta T$, et il n'y a pas de chauffage interne. Les deux petites sphères en tireté sur la gauche du schéma montrent comment le fluide qui a été refroidi au contact de la limite supérieure (sphère bleue) plonge sous l'action de la gravité vers l'intérieur de la couche de fluide, et comment celui qui a été réchauffé au contact de la base (sphère rouge) remonte grâce à la force d'Archimède.

Le démarrage de la convection : le nombre de Rayleigh

On caractérise généralement l'opposition entre les forces motrices de la convection (la flottabilité) et les forces résistantes (forces de dissipation visqueuse et thermique) par un nombre sans dimension, *le nombre de Rayleigh* Ra , qui est défini comme le rapport entre ces forces motrices et résistantes. Alternativement, Ra peut aussi s'interpréter comme le rapport entre les temps caractéristiques d'échange de chaleur par convection et conduction : la convection ne peut se développer que si, à l'échelle de toute la couche de fluide, l'échange thermique par convection est plus rapide que par conduction (exercice A.8). Un fluide visqueux chauffé par le bas et refroidit par le haut devient instable et est alors animé de mouvements de convection lorsque le nombre de Rayleigh Ra dépasse une valeur critique Ra_c d'environ 2000 :

$$Ra > Ra_c \approx 2000. \quad (56)$$

La valeur exacte du nombre de Rayleigh critique Ra_c dépend de la géométrie du problème, de la nature de ses frontières, et de la façon dont le matériau est chauffé, mais une valeur de 2000 est un bon ordre de grandeur général. Au-delà de cette valeur critique, plus le nombre de Rayleigh est élevé et plus la convection est vigoureuse. Le nombre de Rayleigh fournit donc une indication de la vigueur de la convection. Mais le nombre de Rayleigh affecte aussi les caractéristiques géométriques de la convection (Figure 24). Jusqu'à une valeur $Ra \sim 10^5$, la convection est caractérisée par une géométrie ordonnée en cellules régulières, juxtaposées les unes aux autres, dont les parois forment des courants ascendants pour les unes et descendants pour les autres. Par contre, lorsque $Ra > 10^6$ la convection est particulièrement vigoureuse et perd cette organisation ordonnée : elle devient chaotique avec des panaches ascendants et descendants dont la position ne cesse de fluctuer dans l'espace et dans le temps de manière irrégulière et imprévisible.

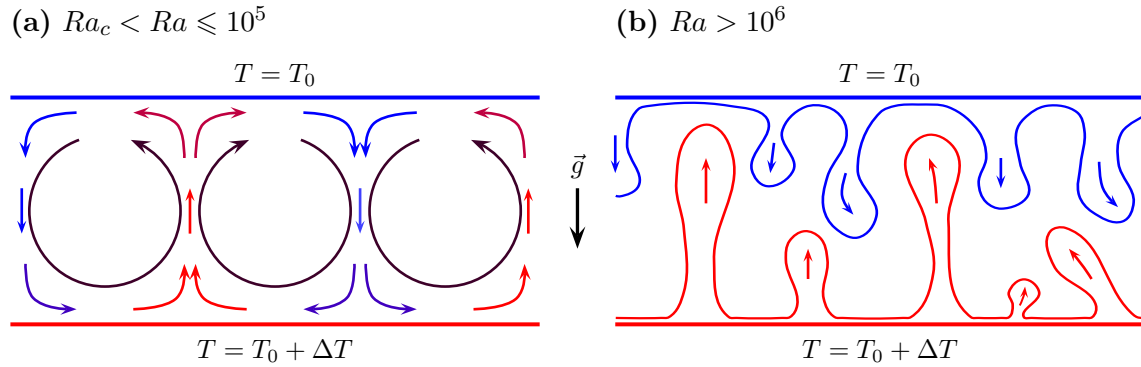


FIGURE 24 – Type de convection suivant l'ordre de grandeur de Ra . (a) À faibles nombres de Rayleigh ($2000 < Ra \leq 10^5$), la convection opère en cellules ordonnées (cercles fléchés) qui génèrent entre elles des courants ascendants (rouges) et descendants (bleus). (b) Lorsque le nombre Rayleigh $Ra > 10^6$, les mouvements de convection sont désordonnés avec des panaches ascendantes (rouges) et descendants (bleus) qui tendent à devenir d'autant plus nombreux et fins que Ra est élevé.

Le profil de température convectif

La convection affecte de manière notable la façon dont la température évolue avec la profondeur. Dans une couche de fluide chauffée par le bas, refroidie par le haut et animée de mouvements de convection, des courants ascendants transportent la chaleur depuis sa surface inférieure vers sa surface supérieure. De même, des courants descendants transportent de la froideur du haut vers le bas. Ces courants brassent la couche de fluide et ont tendance à « homogénéiser » sa température, et ce brassage est d'autant plus efficace que le nombre de Rayleigh est élevé. En calculant la température moyenne du fluide à chaque profondeur de la couche de fluide, on remarque que cette température reste constante dans la majeure partie de la couche du fluide et qu'elle est égale à la moyenne des températures auxquelles sont maintenues ses limites supérieure et inférieure, excepté proche de ces limites où la température varie rapidement, sur une toute petite distance, de sa valeur moyenne à la température maintenue à la limite (Figure 25). Ainsi le gradient de température est nul dans la partie centrale du fluide, là où la convection opère. Au contraire, proche des limites supérieure et inférieure de la couche de fluide, le gradient de température est particulièrement élevé : la température varie fortement sur une toute petite distance que l'on appelle *couche limite thermique*. La caractéristique principale d'une couche limite thermique est qu'elle transporte la chaleur par conduction. Ainsi, la chaleur est transportée par conduction dans la couche limite thermique inférieure, puis par convection dans la majeure partie du fluide au-dessus, et enfin de nouveau par conduction à travers sa couche limite thermique supérieure.

Ce profil thermique illustre le fait que la convection est un processus bien plus efficace que la conduction pour transporter la chaleur. En effet, dans notre couche de fluide en convection, la chaleur est transportée de sa base vers sa limite supérieure. La chaleur est d'abord conduite à travers la couche limite thermique inférieure par conduction, et cette couche étant très fine cela donne une densité de flux de chaleur bien plus élevée que si la chaleur était transférée par conduction à travers toute la couche de fluide. Si l'ensemble de la couche de fluide transférait la chaleur par conduction, la densité de flux de chaleur serait égale à $K\Delta T/h$ mais puisque le transfert de chaleur se fait en fait à travers la couche limite thermique dont l'épaisseur, nommons la δ , est bien inférieure à celle de tout le fluide ($\delta \ll h$) alors la densité de flux de chaleur transportée à travers la couche limite est bien supérieure : $Q = K\Delta T/(2\delta)$. Cette

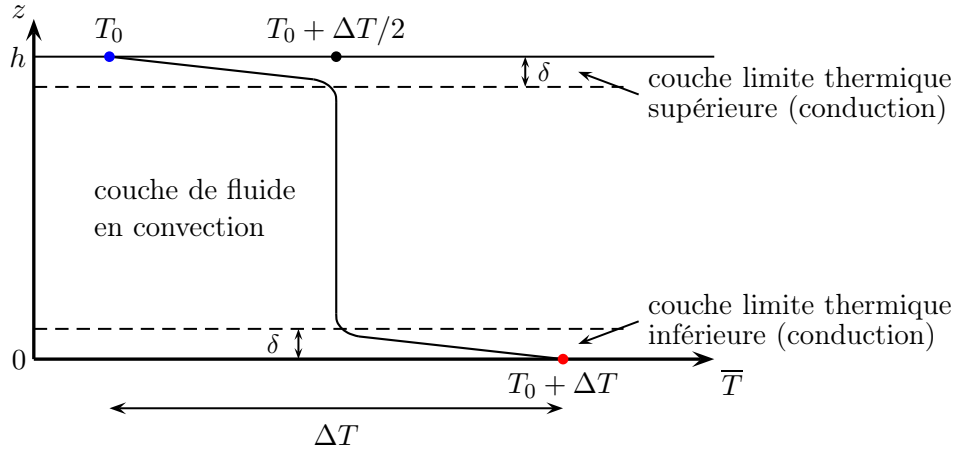


FIGURE 25 – Profil de température convectif. La température moyenne spatiale \bar{T} est représentée en fonction de l'altitude z dans une couche de fluide d'épaisseur h en convection, chauffée par le bas et refroidie par le haut : $T(h) = T_0$ et $T(0) = T_0 + \Delta T$. La convection brasse la majeure partie de la couche de fluide et y maintient une température moyenne égale à $T_0 + \Delta T/2$. Par contre, proche des limites supérieure et inférieure de la couche de fluide, la chaleur est transférée par conduction à travers deux couches limites thermiques d'épaisseur fine δ avec un fort gradient thermique : $\nabla T = -\Delta T/(2\delta)$.

densité de flux de chaleur est ensuite transportée par les mouvements de convection dans la partie centrale de la couche de fluide, et enfin à travers la couche limite thermique supérieure, de nouveau par conduction. S'il n'y a pas de production de chaleur interne dans la couche de fluide, alors la densité de flux de chaleur est constante partout : $Q = K\Delta T/(2\delta)$ dans la couche limite thermique inférieure, dans la partie de la couche de fluide en convection et dans la couche limite thermique supérieure.

Les expériences numériques et de laboratoire montrent que plus le nombre de Rayleigh est grand, plus la convection est vigoureuse et plus les couches limites thermiques sont fines : le gradient de température dans les couches limites thermiques augmente avec le nombre de Rayleigh et la vigueur de la convection (Figure 26). Ainsi, la densité de flux de chaleur trans-

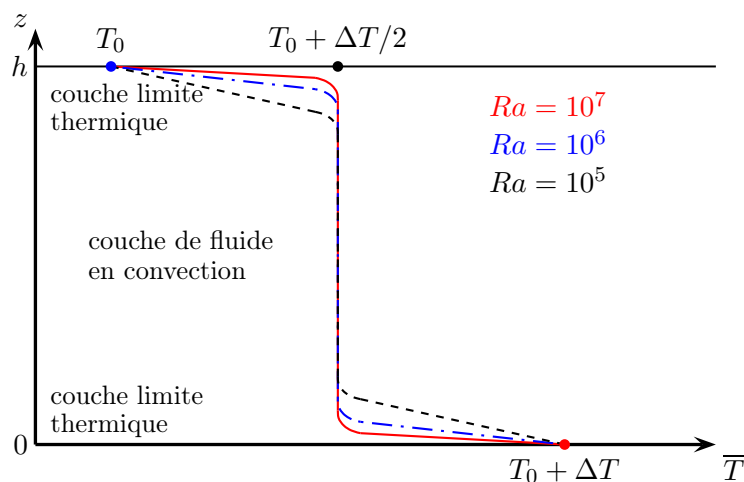


FIGURE 26 – Influence du nombre de Rayleigh sur le profil de température convectif. La forme générale du profil de température ne change pas avec le nombre de Rayleigh mais l'épaisseur des couches limites thermiques diminue lorsque le nombre de Rayleigh augmente.

portée par convection augmente avec le nombre de Rayleigh et la vigueur de la convection. Enfin, les expériences montrent que lorsque le nombre de Rayleigh $Ra > 10^6$, la densité de flux de chaleur devient indépendante de la hauteur totale de la couche de fluide : la convection devient entièrement déterminée par la dynamique des couches limites thermiques supérieure et inférieure. À ces forts nombres de Rayleigh, la convection devient chaotique en réponse à la déstabilisation des couches limites thermiques : celles-ci deviennent d'autant plus fines que le nombre de Rayleigh est élevé, elles se déstabilisent plus rapidement en donnant naissance à des panaches ascendants et descendants d'autant plus fins que le nombre de Rayleigh est élevé, et ce sont ces panaches qui sont le moteur et qui alimentent la convection de manière chaotique.

Nous avons regardé ce qui se passe lorsqu'une couche de fluide est chauffée par le bas et refroidie par le haut. Mais qu'en est-il du manteau terrestre ?

3.3.2 La convection dans le manteau

Y a-t-il de la convection dans le manteau ?

Pour répondre à cette question, il nous faut calculer le nombre de Rayleigh et tester s'il est supérieur à la valeur critique $Ra_c \approx 2000$ ou non. Dans le cas d'une couche de fluide visqueux chauffé par le bas et refroidit par le haut, le nombre de Rayleigh s'écrit

$$Ra = \frac{\alpha \rho g \Delta T h^3}{\kappa \mu}. \quad (57)$$

α est la dilatation thermique du fluide, ρ sa masse volumique, g l'accélération de la pesanteur, ΔT la différence de température entre les surfaces inférieure et supérieure de la couche de fluide, h son épaisseur, κ sa diffusivité thermique et μ sa viscosité. Nous avons précédemment définie la base de la lithosphère par l'isotherme 1350 °C. Au-delà de cette température, le manteau flue. Il se comporte donc comme un fluide visqueux (bien qu'il soit solide), et nous pouvons utiliser, en première approximation, l'expression du nombre de Rayleigh (57) pour estimer sa valeur dans le manteau. Les propriétés thermiques des roches silicatés, dont celles du manteau, semblent peu varier : $\alpha \simeq 3 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ et $\kappa \simeq 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. D'après le modèle PREM, la masse volumique moyenne du manteau $\rho \simeq 4500 \text{ kg m}^{-3}$ (Figure 4). Les expériences de pétrologie à haute pression indiquent que la température à la limite noyau-manteau est d'environ 4000 K, et la sismologie identifie clairement la base du manteau à 2900 km de profondeur. L'estimation de la viscosité du manteau est plus problématique. En théorie, elle pourrait être estimée à l'aide d'expériences de déformation à hautes pressions (celles qui règnent dans le manteau terrestre) mais cela demanderait de les réaliser à des vitesses de déformations extrêmement faibles et irréalistes (de l'ordre de 10^{-14} s^{-1} !). Cette difficulté est contournée en utilisant le rebond isostatique post-glaciaire. La fonte rapide à l'échelle des temps géologiques, il y a 8000 ans, de la calotte glaciaire qui recouvrait certaines parties du globe comme la Scandinavie ou le bouclier canadien a induit un déséquilibre isostatique, et le réajustement isostatique se poursuit toujours à cause de la forte viscosité du manteau supérieur : la lithosphère ne peut pas remonter plus vite que la vitesse à laquelle le manteau supérieur peut suivre. La comparaison des modèles de réajustement isostatique et des mesures de terrain du soulèvement des provinces délestées de leur ancienne calotte glaciaire permet d'estimer la viscosité du manteau supérieur et donne des valeurs de l'ordre de 10^{20} à 10^{22} Pa.s. Avec ces valeurs, le nombre de Rayleigh dans le manteau terrestre est estimé entre 10^7 et 10^9 : le manteau terrestre est donc animé de mouvements de convection. Et compte tenu de la valeur de son nombre de Rayleigh, la convection dans le manteau opère vraisemblablement de manière

désordonnée avec panaches ascendants et descendants.

Remarques importantes

Il est important de noter que la convection dans le manteau est plus complexe que le cas simple que nous venons de considérer :

- la viscosité du manteau n'est très certainement pas constante car elle dépend fortement de la pression, de la température, de la composition de ses roches, notamment leur teneur en eau, ainsi que de leurs phases minérales, le nombre de Rayleigh dans le manteau varie donc vraisemblablement localement ;
- le manteau produit énormément de chaleur par désintégration radioactive (environ 12 TW ; Tableau 2), toutefois, cette chaleur d'origine radioactive ne peut que réchauffer le manteau et favoriser sa convection ;
- la nature des couches limites thermiques du manteau est différente des limites rigides et homogènes que nous avons considérées avec i) une couche limite thermique supérieure constituée pour partie de continents qui agissent comme des isolants par rapport à la lithosphère océanique (exercices A.5 et A.7) et ii) une couche limite thermique inférieure qui n'est pas rigide (limite noyau-manteau) et qui n'est vraisemblablement pas homogène (couche D") ;
- enfin, un autre point notable est que même si la convection dans le manteau opère de manière désordonnée ($Ra > 10^6$), cette convection est lente, et si le mouvement des plaques tectoniques reflète les mouvements de convection du manteau alors la vitesse moyenne de la convection ne dépasse vraisemblablement pas quelques centimètres par an ; il s'agit là d'un résultat important car la faible vitesse de la convection limite le brassage du manteau qui n'est donc pas totalement homogène, un point particulièrement important pour son étude géochimique.

Malgré les simplifications faites dans notre calcul, la valeur élevée du nombre de Rayleigh indique néanmoins que la convection du manteau terrestre est indéniable.

Le géotherme du manteau

Le manteau est donc animé de mouvements de convection avec une structure thermique constituée de deux couches limites thermiques : la lithosphère et la couche D". Compte tenu d'un nombre de Rayleigh particulièrement élevé ($Ra > 10^6$), la convection du manteau est vraisemblablement désordonnée et alimentée par la déstabilisation de ses couches limites thermiques : la formation des panaches mantelliques à sa base et le plongeon à son sommet des plaques lithosphériques au niveau des zones de subduction. Cependant, contrairement au cas de la convection de Rayleigh-Bénard dans une couche fluide de faible épaisseur (Figure 25), le gradient du géotherme mantellique n'est pas nul. En effet, contrairement à ce qui se passe dans une couche peu épaisse, l'épaisseur du manteau est telle que les mouvements de convection s'accompagnent de variations importantes de la pression. Lorsque du matériel mantellique remonte, il subit une décompression qui induit une baisse de température et donc un gradient de température.

Les mouvements de convection sont suffisamment lents pour que, *localement*, la convection se fasse à l'équilibre thermique, donc sans échange de chaleur. Autrement dit, on peut supposer que la convection s'effectue de manière adiabatique et réversible, c-à-d que la convection

s'effectue sans changement d'une fonction particulière, S , qu'on appelle l'entropie ; vous en apprendrez plus sur ces termes l'année prochaine dans l'UE Physique minérale et thermodynamique. Pour l'instant, nous avons simplement besoin de savoir que l'entropie S est une fonction qui dépend de la température T et de la pression P . Donc si un changement d'entropie a lieu, ce changement est dû à une variation de température ou de pression, ou des deux, et nous pouvons écrire ce changement à l'aide de la différentielle totale dS de l'entropie : celle-ci est la somme de ses dérivées partielles $\partial S/\partial T$ et $\partial S/\partial P$, ce qui s'écrit mathématiquement

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T dP. \quad (58)$$

Puisque la convection dans le manteau est *isentropique*, cela signifie que l'entropie S reste constante dans le manteau. Autre dit, $dS = 0$ et donc

$$\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P dT = - \left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T dP. \quad (59)$$

D'après la thermodynamique (vous verrez cela plus tard) $\left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_P = \frac{\bar{C}_p}{T}$ et $\left(\frac{\partial S}{\partial P} \right)_T = -\alpha\bar{V}$, où \bar{C}_p est la capacité calorifique molaire (en $\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$), α est la dilatation thermique (en K^{-1}) et \bar{V} est le volume molaire (en $\text{m}^3 \text{mol}^{-1}$). On en déduit donc que

$$\frac{\bar{C}_p}{T} dT = \alpha\bar{V} dP \quad (60)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{dT}{dP} \right)_S = \frac{\alpha\bar{V}T}{\bar{C}_p} \quad (61)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{dT}{dz} \frac{dz}{dP} \right)_S = \frac{\alpha\bar{V}T}{\bar{C}_p} \quad (62)$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{dT}{dz} \right)_S = \frac{\alpha\bar{V}T}{\bar{C}_p} \frac{dP}{dz}. \quad (63)$$

Nous avons vu qu'une bonne approximation de la pression lithostatique dans le manteau $dP/dz \simeq \rho g$, où ρ est la masse volumique moyenne du manteau (section 1.2). On en déduit donc que

$$\left(\frac{dT}{dz} \right)_S = \frac{\rho g \alpha \bar{V} T}{\bar{C}_p} = \frac{\rho g \alpha \bar{V} T}{\bar{M} C_p}, \quad (64)$$

en utilisant le fait que la masse molaire \bar{M} est liée à la capacité calorifique molaire par la relation $\bar{C}_p = \bar{M} C_p$, et nous obtenons finalement le gradient thermique adiabatique dans le manteau :

$$\left(\frac{dT}{dz} \right)_S = \frac{\alpha g T}{C_p}. \quad (65)$$

La dilatation thermique des roches dans le manteau $\alpha \simeq 3 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$, leur capacité calorifique $C_p \simeq 1000 \text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$, et la température moyenne du manteau est nécessairement comprise entre une valeur minimum d'environ 1600 K à la base de la lithosphère et une valeur maximum d'environ 2500 à 3000 K au sommet de la couche D" (Figure 1). Le gradient thermique adiabatique du manteau est donc de l'ordre de 0.5°C km^{-1} .

Ainsi, lorsque les roches du manteau remontent par convection vers la surface de la Terre, leur température diminue d'environ 0.5°C km^{-1} en réponse à leur décompression. Le gradient

thermique moyen dans la partie convective du manteau est donc un à deux ordres de grandeur plus faible que le gradient thermique dans la lithosphère. La température augmente avec la profondeur dans le manteau suivant ce gradient adiabatique d'environ 0.5 °C km^{-1} jusqu'à atteindre 2500 à 3000 K en haut de la couche D". La température augmente alors très fortement dans cette couche limite thermique pour atteindre environ 4000 K à la limite noyau-manteau.

Remarque : Les transitions de phase minéralogique qui ont lieu dans le manteau supérieur à 410 et 660 km s'accompagnent nécessairement de sauts de température. Le géotherme du manteau s'en trouvera donc modifié et il se peut que ces sauts de température soient associés à une couche limite thermique supplémentaire à la base du manteau supérieur. Toutefois, la tomographie sismique révèle que certaines plaques subduites traversent tout le manteau et atteignent la couche D". L'influence d'une couche limite thermique entre 410 et 660 km sur la convection et le géotherme du manteau reste donc à préciser.

3.4 Le noyau

Le noyau externe, liquide, est lui aussi animé de mouvements de convection mais cette convection est encore plus complexe et donc compliquée à traiter que celle du manteau. En effet, le noyau externe est un liquide métallique, essentiellement composé de fer, de nickel et d'environ 10 % d'éléments légers (soufre, silicium, oxygène, carbone...), dont la viscosité est extrêmement faible, de l'ordre de 10^{-2} Pa s (c-à-d quasiment celle de l'eau !) : la convection y est donc turbulente. De plus, l'accélération de Coriolis qui est engendrée par la rotation de la Terre joue un rôle essentiel dans la convection du noyau. Ensuite, si la convection du noyau externe est essentiellement thermique (comme l'est celle du manteau), elle a aussi pour partie une origine compositionnelle qui est due à la cristallisation du noyau interne solide : celle-ci relâche des éléments légers, la masse volumique du noyau liquide est donc plus faible à sa base et cette situation instable alimente la convection du noyau ; et cette cristallisation libère de la chaleur latente de cristallisation. Enfin, les mouvements du liquide métallique du noyau, qui sont à l'origine du champ magnétique terrestre, produisent de la chaleur par effet joule.

Quoiqu'il en soit, le noyau externe est animé de mouvements de convection turbulents. À son sommet, l'échange de chaleur avec le manteau s'effectue donc nécessairement à travers une couche limite thermique par conduction. Il en est de même à sa base, à la limite entre le noyau externe et la graine solide. Entre ces deux couches limites thermiques, le noyau externe est vigoureusement brassé par la convection et la température augmente avec la profondeur en suivant un gradient adiabatique isentropique d'environ 0.8 °C km^{-1} (Jaupart and Mareschal, 2011) pour atteindre environ 5500 K à la surface de la graine solide. Ensuite, la température au sein de la graine augmente encore certainement mais nos connaissances sur la composition exacte de la graine et ses propriétés à ces pressions extrêmes restent encore limitées et, pour l'instant, ne nous permettent pas d'être plus précis.

4 Le géotherme terrestre : implications pour la formation des roches

Le géotherme terrestre global

La Figure 27 représente le géotherme terrestre dans sa globalité (par soucis de clarté la couche limite thermique qui existe potentiellement entre le manteau supérieur et le manteau

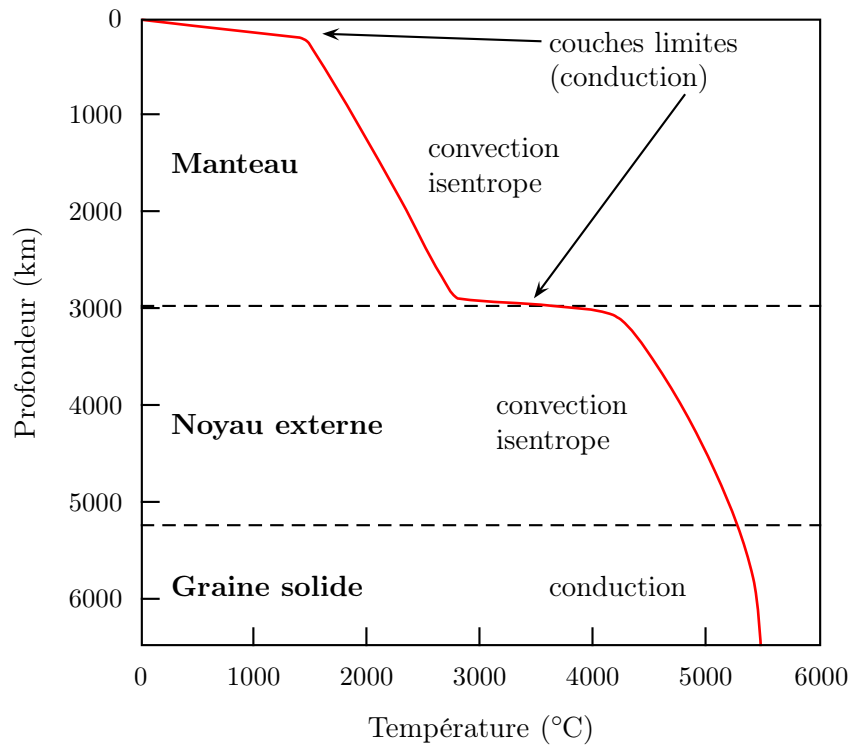


FIGURE 27 – Géotherme terrestre global (courbe rouge) représenté en fonction de la profondeur et exprimé en °C.

inférieur n'y est pas représentée). À cette échelle, la différence entre les géothermes lithosphériques océaniques et continentaux n'est pas visible mais il est important de garder en mémoire que ces deux géothermes diffèrent l'un de l'autre, et notamment que le géotherme océanique évolue plus rapidement que le géotherme continental (Figure 22). Il est également important de se rappeler que, par définition, le géotherme terrestre représente l'état thermique stationnaire et moyen dans la Terre, c-à-d la température qui existe en moyenne dans la Terre à toutes les profondeurs : le géotherme de la Figure 27 est l'état thermique de référence de la Terre. La température dans une région de la Terre change et s'écarte du géotherme suivant le contexte géodynamique de cette région, et ce sont ces écarts par rapport au géotherme qui permettent la formation des roches.

La formation des roches⁷

Par définition, le géotherme terrestre correspond à un état stationnaire. Il est donc incompatible avec la formation des roches ignées ou métamorphiques : celles-ci ne se forment pas spontanément et continuellement. En particulier, les roches ignées résultent de la cristallisation d'un magma préexistant, et la formation de ce magma ne peut avoir lieu que lorsque la température des roches dépasse leur solidus, ce qui nécessite nécessairement une perturbation du géotherme. Plus généralement, la formation des roches nécessite un changement des conditions environnementales, qu'il s'agisse de la pression, de la température, de leur composition ou d'une combinaison de ces facteurs. Avant de regarder comment de tels changements peuvent avoir lieu, il est important de garder à l'esprit que la Terre est une planète dynamique qui tend vers un *état stationnaire*, c-à-d vers un *état d'équilibre dynamique*. Quand on parle

7. Cette section est reprise en grande partie du chapitre 23 *Origin of rocks* du livre de A. Philpotts et J. Ague, *Principles of Igneous and Metamorphic Petrology*, (2009, Cambridge University Press, 2nd edition).

de changements des conditions environnementales (pression, température ou composition), on ne parle donc pas d'un changement d'un état statique caractérisé par certaines conditions vers un autre état statique caractérisé par d'autres conditions, mais on parle plutôt d'une perturbation de conditions qui avaient atteint un état en équilibre dynamique; suite à cette perturbation, le système va avoir tendance à restaurer l'état d'équilibre initial. Lorsque des roches se forment, elles sont le produit de cette relaxation, de l'état perturbé vers l'état d'équilibre.

Comme nous l'avons vu, la température en une région donnée de la Terre est déterminée par l'équilibre entre les densités de flux de chaleur qui y entre et qui en sorte et son taux de production de chaleur interne. La température de cette région est donc perturbée lorsque ces paramètres changent. Malgré la lente diminution avec le temps des quantités d'isotopes radioactifs de longue période, le taux de production de chaleur interne peut être considéré comme constant à l'échelle des temps géologiques pertinente pour la formation des roches. Il ne peut donc pas être responsable du changement de température des roches. Un certain nombre de réactions peuvent se produire qui génèrent ou consomment de la chaleur. Ces réactions affectent certainement la température des roches mais leur effet peut être considéré comme secondaire car elles nécessitent d'abord des changements d'autres facteurs environnementaux pour que ces réactions aient lieu. Un changement de température nécessite donc généralement un changement de densité de flux de chaleur, entrante ou sortante. Par ex., l'intrusion de magma dans la lithosphère ou bien une hausse de la densité de flux de chaleur en provenance du manteau induit une hausse de la densité de flux de chaleur entrante et ainsi une hausse de la température. À l'inverse, une circulation hydrothermale dans une région de la lithosphère accélère l'évacuation de sa chaleur et donc une hausse de la densité de flux de chaleur sortante; sa température diminuera. La température dans la lithosphère peut également changer en réponse à une activité tectonique : un épisode d'amincissement crustal rapproche les isothermes les uns de autres, ce qui engendre une hausse du gradient de température; de la même manière, un épaississement crustal engendre une diminution du gradient de température. Toutefois, nous allons voir que ces changements de température liés à la tectonique sont en fait causés par des variations de pression.

La pression dans la lithosphère est modifiée par la tectonique des plaques, et ces changements favorisent la formation de roches métamorphiques de manière plus ou moins rapide et intense suivant l'importance de ces perturbations. Par ailleurs, épaississement crustal, amincissement crustal et sédimentation correspondent tous à une redistribution des masses rocheuses. Ceci modifie la pression des régions affectées mais cela s'accompagne aussi d'un enfouissement ou d'une remontée des roches et donc d'une modification du géotherme, qui peut entraîner la formation de roches métamorphiques et ignées.

La Figure 28a montre la position des isothermes dans une lithosphère avant son extension. Le géotherme (Figure 28b) augmente rapidement depuis la surface vers la base de la lithosphère à cause du transfert de la chaleur par conduction, puis augmente beaucoup moins rapidement dans l'asthénosphère puisque la chaleur y est transportée par convection. Dans cette situation, le géotherme reste toujours en dessous du solidus des roches, la fusion des roches et la formation de magma ne sont donc pas possibles. Lorsque la lithosphère est soumise à de l'extension, elle s'amincit (Figure 28c) et dans le cas d'une lithosphère océanique cela s'accompagne d'une rupture de la lithosphère (Figure 28e). À la base d'une lithosphère continentale amincie, le manteau asthénosphérique remonte pour prendre la place laissée vacante par la lithosphère, alors qu'à sa surface un bassin sédimentaire peut se former (Figure

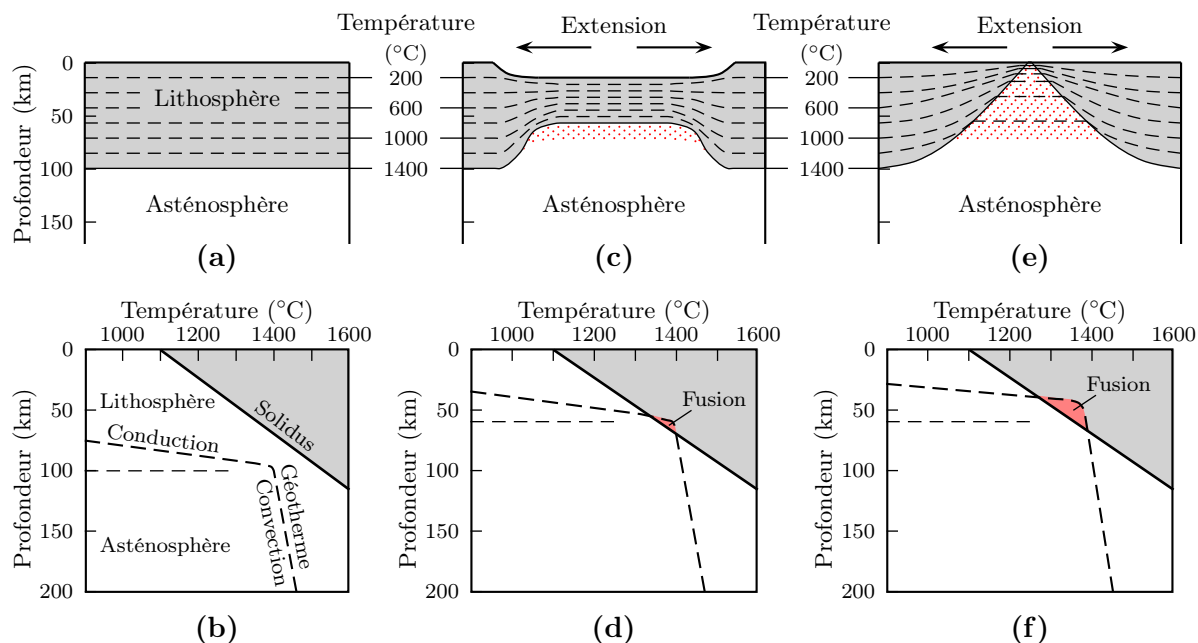


FIGURE 28 – Fusion partielle par décompression sous une lithosphère en extension (adapté de Philippotts and Ague, 2009, Fig. 23.7). **(a)** Position des isothermes (lignes en tireté) dans une lithosphère conductrice (en gris) et une asthénosphère convective, avant extension. **(b)** Géotherme avant extension; le trait noir épais est le solidus simplifié de la péridotite et la partie grisée représente toutes les températures au-dessus de ce solidus. **(c)** L’extension de la lithosphère l’amincit et s’accompagne d’une remontée de l’asthénosphère; ceci ramène les isothermes plus proche de la surface et de la fusion partielle peut alors prendre place par décompression à la base de la lithosphère amincie (pointillés rouges). **(d)** La remontée des isothermes implique une remontée du géotherme sous la zone en extension, ce qui induit de la fusion partielle là où le géotherme passe au-dessus du solidus (en rouge). **(e)** Lorsqu’il y a rupture de la lithosphère par extension, l’asthénosphère et les isothermes remontent plus haut mais sur une zone plus étroite latéralement. **(f)** Ceci induit une fusion partielle plus importante.

28c). Cet amincissement, qui pour une lithosphère continentale peut se produire par étirement ou par un jeu de failles normales, a pour effet d’augmenter le gradient du géotherme conductif dans la lithosphère et de rapprocher le géotherme convectif de la surface (Figure 28d). Ceci se produit parce que les vitesses de déformation tectonique sont plus élevées que la vitesse à laquelle les transferts de chaleur ont lieu : suite à un étirement et à un amincissement de la lithosphère, tous les isothermes sont remontés vers la surface. À terme, ce géotherme perturbé retrouvera un nouvel état d’équilibre mais cela demande du temps (des dizaines de millions d’années), et avant que ce nouvel état soit atteint le géotherme perturbé peut dépasser le solidus des roches et produire ainsi du magma par fusion partielle.

Il est important de noter que la fusion partielle des roches lors d’une extension lithosphérique est causée par la décompression du manteau asthénosphérique lors de sa remontée; elle n’est pas produite par un chauffage du manteau. C’est la décompression du manteau qui perturbe le géotherme, et la quantité de magma, ou plus exactement de liquide silicaté, qui est formé par fusion partielle (le *taux de fusion partielle*) dépend de l’écart entre le géotherme perturbé et le solidus des roches : plus le géotherme perturbé est supérieur au solidus et plus le taux de fusion partielle est important. La rupture d’une lithosphère océanique en extension forme une dorsale à l’axe de laquelle se concentre l’extension et sous laquelle le manteau remonte sur une distance importante, ce qui se traduit par de grands volumes de liquide sili-

caté (Figures 28e et 28f). L'extension de lithosphère continentale se traduit généralement par une déformation étalée sur une plus grande distance horizontale. Par conséquent, le manteau ne remonte pas autant qu'il ne le ferait sous une dorsale océanique, le géotherme perturbé ne dépasse pas autant le solidus, et le taux de fusion partielle est moindre (Figures 28c et 28d).

Les mouvements de convection dans le manteau peuvent également perturber le géotherme. Nous avons vu que la convection implique la déstabilisation des couches limites thermiques à sa base et à son sommet et donc la mobilisation des roches qui s'y trouvent, qu'il s'agisse de la déstabilisation de la base de la lithosphère (la couche limite thermique supérieure du manteau en convection) et de la délamination de ses roches, ou de l'apport de matière d'origine profonde par les courants de convection ascendants du manteau (dont ceux issus de la déstabilisation de sa couche limite thermique inférieure, la couche D"). Un panache ascendant du manteau possède forcément une température qui est supérieure au géotherme, ce qui diminue sa densité et lui donne la flottabilité nécessaire à sa remontée. Lors de cette ascension, le panache croise le solidus des roches à une certaine profondeur ce qui initie la fusion partielle des roches constituant le panache (Figure 29) et forme ainsi un point chaud. Une fois que la fusion partielle a lieu, la viscosité du panache diminue, accélérant la remontée du panache. Cependant, de grands taux de fusion partielle ne peuvent pas être produits car le panache relâche de la chaleur lors de sa fusion, ce qui maintient sa température proche du solidus. Parce que l'interception du solidus par un panache convectif ascendant et le début de

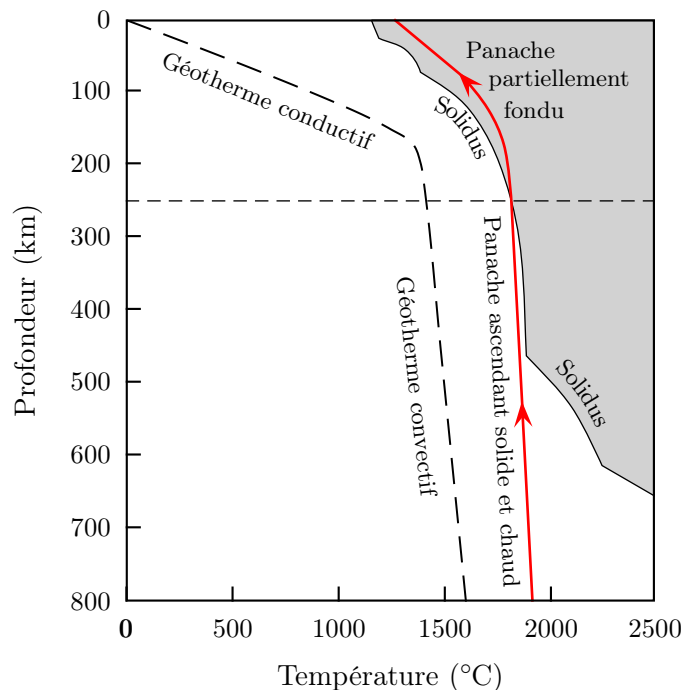


FIGURE 29 – Remontée d'un panache ascendant du manteau sous un point chaud (adapté de Philpotts and Ague, 2009, Fig. 23.9). Un panache convectif remonte depuis le manteau inférieur en suivant le trajet représenté par la courbe rouge, sa température est donc supérieure au géotherme (courbe noire en tireté long). Dans cet exemple, le panache intercepte le solidus des roches du manteau supérieur à une profondeur de 250 km, initiant ainsi la fusion partielle du panache. En poursuivant sa remontée, le panache relâche de la chaleur lors de sa fusion, ce qui fait baisser sa température mais tant que la température du panache reste au-dessus du solidus, la fusion partielle du panache est maintenue.

sa fusion partielle ont lieu à des profondeurs qui sont supérieures aux profondeurs auxquelles débute la fusion partielle sous une lithosphère en extension, les magmas qui sont générés par les points chauds ont une composition qui est différente des magmas générés par extension sous les dorsales océaniques. Là encore, la cause de la fusion partielle du panache convectif est le changement de pression, la décompression qu'il subit lors de son ascension et non son chauffage.

Enfin, la composition des roches peut être amenée à changer grâce à la circulation de fluides, notamment l'eau et le dioxyde de carbone. En effet, ces fluides modifient le solidus des roches et ils affectent ainsi fortement les réactions métamorphiques possibles et la fusion partielle des roches. Regardons le cas des zones de subduction. Dans ces zones de convergence, une lithosphère froide plonge dans le manteau, diminuant ainsi la température moyenne dans ces régions. Il semble donc paradoxal que ces régions soient presque toujours jalonnées de volcans et de roches métamorphiques à haute température. Pourquoi des régions que l'on s'attendrait à être froides présentent-elles des signes aussi évidents de chaleur ? L'explication réside dans les mécanismes de transfert de chaleur. Dans une plaque lithosphérique la chaleur est transférée principalement par le lent processus de conduction. Dans les zones de subduction les fluides libérés par les réactions métamorphiques dans la plaque subduite provoquent une fusion partielle du coin mantellique, et le transport des magmas créés transfèrent la chaleur par *advection* (mouvement de matière) dans la lithosphère sus-jacente. Ainsi, bien que la température moyenne de la Terre aux frontières des plaques convergentes puisse être basse, les corps ascendants de magma et les fluides métamorphiques transfèrent par advection la chaleur à des niveaux beaucoup plus élevés de la croûte que ne le permettrait la seule conduction.

Le plancher océanique subduit aux frontières des plaques convergentes a connu auparavant une longue histoire de refroidissement et d'altération hydrothermale. Après leur formation au niveau d'une dorsale océanique, les basaltes et les roches intrusives sont intensément altérés par les circulations hydrothermales qui opèrent dans la croûte nouvellement formée. Lorsque cette croûte océanique est subduite, l'augmentation de pression et de température entraîne son métamorphisme progressif (métamorphisme de haute pression et de basse température) et la genèse de séismes le long du plan de Benioff. La majeure partie de l'eau qui avait été absorbée par la croûte océanique au cours de son altération est ainsi libérée et s'élève dans le manteau sus-jacent, au-dessus de la zone de Benioff, où elle entraîne métamorphisme et fusion partielle.

Avant de regarder comment des magma peuvent être formés par fusion partielle au-dessus de la zone de Benioff, il est important de comprendre la structure thermique de ces régions. Comme nous l'avons vu dans la section 3.2.3, la distribution de la température dans une plaque océanique peut être décrite de manière adéquate par un refroidissement par conduction avec un apport de chaleur par convection à la base de la lithosphère pour les lithosphères océaniques de plus de 80 Ma (le modèle de plaque). Le refroidissement s'arrête cependant lorsque la plaque commence son voyage de subduction, et sa température augmente régulièrement en raison de la densité de flux de chaleur fournie par le manteau au-dessus et au-dessous d'elle. Une partie du manteau qui se trouve au-dessus de la plaque subduite est entraînée avec cette plaque. Un mouvement convectif se met alors en place qui amène continuellement du nouveau manteau dans le coin mantellique, le maintenant ainsi à des températures relativement élevées : la Figure 30 montre comment les isothermes au-dessus de la zone de Benioff sont affectés par ce mouvement convectif après 75 Ma de subduction à une vitesse de 8 cm par an. Ce mécanisme permet aussi d'expliquer l'extension d'arrière-arc qui est présente derrière certains arcs volcaniques.

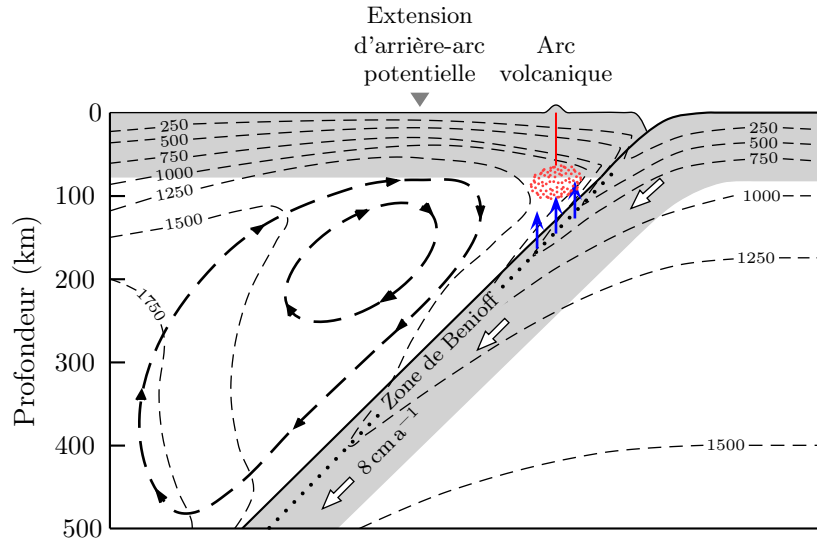


FIGURE 30 – Position des isothermes en zone de subduction, calculés dans le cas d'une plaque plongeant à une vitesse de 8 cm a^{-1} (adapté de Philpotts and Ague, 2009, Fig. 23.10). La position des isothermes (courbes noires fines en tireté court) au-dessus de la plaque subduite est modifiée par la circulation convective dans le coin mantellique (courbes noires épaisses en tireté long), circulation qui est créée par l'entraînement mécanique du manteau par la plaque plongeante. Au fur et à mesure de sa subduction, la plaque plongeante subit une augmentation de pression et de température qui génère des séismes le long du plan de Benioff (pointillés noirs) ainsi qu'un métamorphisme progressif qui libère l'eau préalablement emmagasinée par le plancher océanique. Cette eau remonte et hydrate le coin mantellique (flèches bleues), où elle produit de la fusion partielle entre environ 60 et 100 km de profondeur (pointillés rouges). Si la convection dans le coin mantellique est suffisamment forte, la lithosphère au-dessus peut être amincie et finalement rompue au sommet de la cellule de convection, créant ainsi une extension d'arrière-arc.

Bien que les isothermes dans le coin mantellique soient beaucoup plus proches de la surface que dans la plaque subduite, ils ne croisent nulle part le solidus de la péridotite sèche (le solidus *anhydre*; Figure 31). Des températures légèrement supérieures à 1000 °C à des profondeurs de 60 à 100 km ne sont donc pas assez élevées pour provoquer la fusion du manteau sec. Mais elles le sont si de l'eau est présente car celle-ci modifie et abaisse le solidus de la péridotite (Figure 31). La formation de magma dans les zones de subduction est donc due à la libération d'eau par les réactions de déshydratation dans la lithosphère océanique subduite, ce qui hydrate et abaisse ainsi le solidus de la péridotite au-dessus de la zone de Benioff, et aux températures élevées provoquées par la convection du coin mantellique. À de plus grandes profondeurs, les températures dans le coin mantellique sont plus élevées mais la plaque subduite est alors déjà déshydratée et aucune autre fusion partielle n'a lieu.

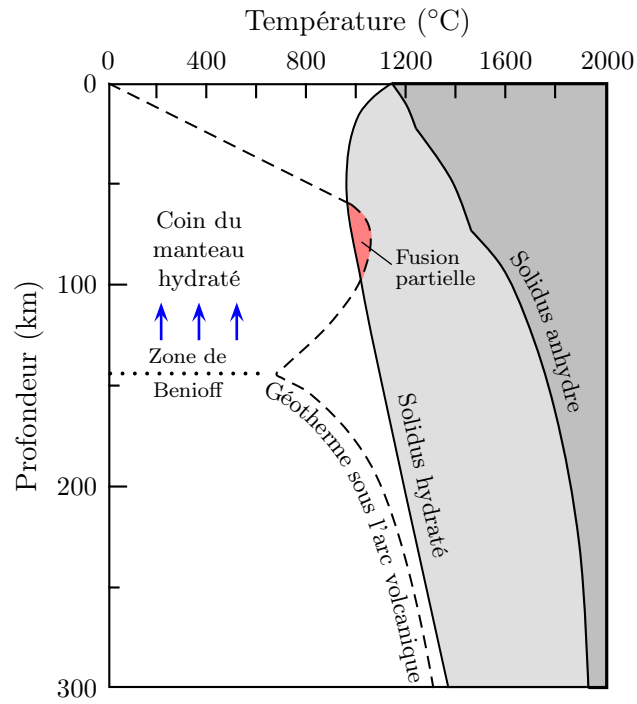


FIGURE 31 – Géotherme sous l'arc volcanique dans le modèle de la Figure 30 (adapté de Philpotts and Ague, 2009, Fig. 23.12). Le géotherme (courbe en tireté) recoupe le solidus saturé en eau de la péridotite entre 60 et 100 km de profondeur, produisant ainsi la fusion partielle du coin mantellique hydraté (en rouge). L'eau nécessaire à la fusion partielle de cette péridotite est libérée par des réactions de déshydratation dans la lithosphère océanique subduite au-dessus de la zone de Benioff (flèches bleues).

ANNEXES

A Exercices

A.1 Production de chaleur radioactive dans les basaltes et les granites

1. Calculez la quantité de chaleur produite par désintégration radioactive, par unité de temps et de masse puis par unité de temps et de volume, dans les basaltes et les granites à l'aide des données suivantes :

TABLEAU A.1 – Concentration en éléments radioactifs dans différentes roches magmatiques (Jaupart and Mareschal, 2011).

Roches	U (ppm)	Th (ppm)	K (%)	ρ (kg/m ³)
Basalte alcalin	0.75	2.5	1.2	2800
Basalte tholéiitique	0.11	0.40	0.15	2800
Granite moyen	4.6	18	3.3	2700

2. Pour chaque type de roche, comparez les contributions individuelles de l'uranium, du thorium et du potassium : les valeurs obtenues vous paraissent-elles vraisemblables ?
3. Comparez la quantité de chaleur produite par un basalte et un granite : vos résultats vous semblent-ils cohérents ?

A.2 Transfert thermique par rayonnement

A.2.1 Température à la surface de la stratosphère

La Terre émet environ 235 W m^{-2} par rayonnement infrarouge vers l'espace. Si l'on considère que ce rayonnement électromagnétique a lieu à la surface de la stratosphère (environ 50 km d'altitude), quelle en est la température moyenne ?

A.2.2 Rayonnement thermique à la surface d'un lac de lave

Le lac de lave de l'Erta Ale, en Éthiopie, mesure environ 100 m de diamètre et est rempli de lave basaltique à une température de 1200°C .

1. Quelle est la densité de flux de chaleur à la surface de ce lac de lave ?
2. Quelle est la chaleur totale émise ?

A.2.3 Chaleur émise en différents endroits de la surface de la Terre

Comparez entre elles les densités de flux de chaleur à la surface de la stratosphère, à la surface d'un lac de lave et la densité de flux de chaleur moyenne à la surface de la Terre solide liée au refroidissement séculaire. Comparez ensuite les quantités de chaleur totale rayonnée au sommet de la stratosphère, rayonnée par un lac de lave et émise par la Terre solide.

A.2.4 À la surface du soleil

La Terre reçoit une partie du rayonnement solaire. Actuellement, la densité de flux de chaleur en provenance du soleil qui atteint la Terre au sommet de son atmosphère est d'environ 1.37 kW m^{-2} .

1. En considérant le soleil comme une source ponctuelle de rayonnement isotrope située à $150 \times 10^6 \text{ km}$ de la Terre, calculez la puissance totale émise par le soleil.
2. Déduisez-en la température à la surface du soleil.

A.3 Conduction de la chaleur à travers un mur

A.3.1 Sans isolation

Un mur sépare une pièce qui est maintenue à une température de 20°C de l'extérieur où la température est de 8.0°C . Le mur a une épaisseur de 30 cm et une conductivité thermique de $1.5 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$. S'il n'y a aucune source de chaleur interne au mur, quelle est la densité de flux de chaleur sortant du mur, c-à-d perdue par la pièce, en régime stationnaire ?

A.3.2 Avec isolation

On applique un isolant de 10 cm d'épaisseur au mur de l'exercice précédent, du côté intérieur de la pièce. La conductivité thermique de l'isolant est de $0.040 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

1. Quelle est la température de l'interface mur-isolant en régime stationnaire (il n'y a aucune source de chaleur interne) ?
2. Quel est la densité de flux de chaleur sortant du mur ? Comparez avec le cas où le mur n'est pas isolé.
3. Les résultats seraient-ils différents si l'isolant avait été posé à l'extérieur ?

A.4 Mesure de la conductivité thermique des roches

Cet exercice décrit la procédure habituellement utilisée pour mesurer la conductivité thermique des roches en laboratoire.

Un échantillon de roche de forme cylindrique est préparé en s'assurant que ses faces sont les plus lisses possibles. Cet échantillon est placé entre deux plaques de laiton identiques, d'épaisseur $L_b = 5 \text{ cm}$ et de conductivité thermique $K_b = 120 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$. On suppose que les plaques de laiton et l'échantillon sont parfaitement en contact, sans aucun espace entre eux (Figure A.4).

Pour déterminer la conductivité thermique K_r de l'échantillon, on impose une certaine différence de température $T_{sup} - T_1$ entre les surfaces supérieure et inférieure de la plaque de laiton du haut. Lorsque l'ensemble du dispositif expérimental a atteint l'équilibre thermique, on mesure la différence de température $T_1 - T_2$ entre les surfaces de contact supérieure et inférieure de l'échantillon. Cette procédure expérimentale a été répétée pour différentes épaisseurs d'échantillon L_r (d'une même roche) et une même différence de température $T_{sup} - T_1$ égale à 5°C , et l'ensemble des mesures a été reporté dans le Tableau A.4 ci-dessous.

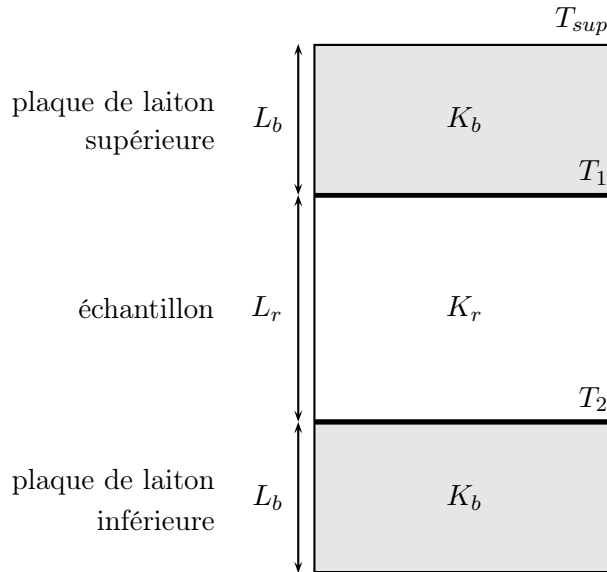


FIGURE A.4 – Dispositif expérimental

TABLEAU A.4 – Différences de température mesurées entre les surfaces supérieure et inférieure de l'échantillon pour différentes épaisseurs d'échantillon.

L_r (cm)	$T_{sup} - T_1$ (°C)	$T_1 - T_2$ (°C)
1.0	5	43
2.0	5	76
2.5	5	97
3.0	5	124
5.0	5	203

1. On néglige la production de chaleur qu'il pourrait y avoir au sein de l'échantillon ainsi que les éventuels transferts de chaleur latéraux : on considère que le transfert de chaleur ne s'effectue que verticalement. Calculez la densité de flux de chaleur à travers l'échantillon et à travers la plaque de laiton supérieure lorsque l'équilibre thermique est atteint. Puis exprimez le rapport des différences de température $(T_1 - T_2)/(T_{sup} - T_1)$ en fonction des autres paramètres.
2. Tracez graphiquement la fonction $\frac{T_1 - T_2}{T_{sup} - T_1} = f\left(\frac{L_r}{L_b}\right)$.
3. Déduisez en la conductivité thermique K_r de l'échantillon de roche.
4. Vérifiez la cohérence de votre résultat en calculant les valeurs théoriques attendues pour la différence de température $(T_1 - T_2)$ et en les comparant avec les mesures réelles : que concluez vous ?

A.5 Géotherme de la lithosphère océanique

A.5.1 En négligeant production de chaleur interne et couverture sédimentaire

On modélise la lithosphère océanique à l'aide du modèle de plaque (Figure A.5) la lithosphère est assimilée à une plaque d'épaisseur L constante dont les extrémités sont maintenues à une température constante T_s exacte de 0°C à sa surface et une température T_L de 1350°C à sa base.

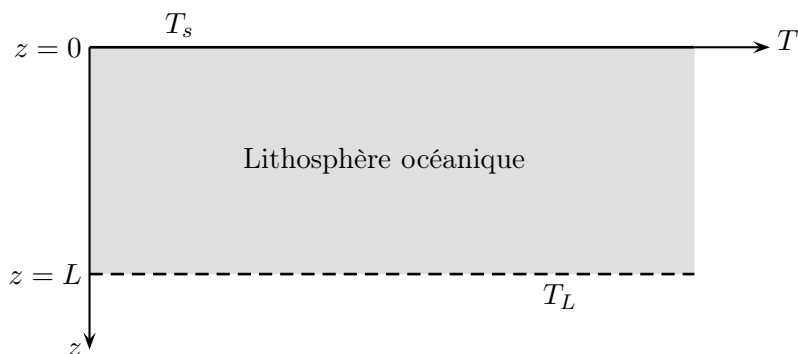


FIGURE A.5 – Modèle de plaque stationnaire appliqué à la lithosphère océanique. Sa surface supérieure est maintenue à une température constante $T(z=0) = T_s$ et sa surface inférieure à une température constante $T(z=L) = T_L$.

1. On néglige la production de chaleur radioactive. Écrivez l'équation de conduction de la chaleur à une dimension puis résolvez la pour trouver l'équation du profil de température $T(z)$ en régime stationnaire.
2. Les mesures réalisées au fond des océans à la surface de lithosphères vieilles de plus de 100 Ma révèlent une densité de flux de chaleur constante d'environ -48 mW m^{-2} . Si la conductivité thermique de la lithosphère océanique est de $3.0 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$, quelle doit être son épaisseur dans le modèle de plaque pour que la densité de flux de chaleur en surface corresponde à la valeur mesurée ?
3. Et quelle est la densité de flux de chaleur fournit par le manteau à la base de la lithosphère océanique ?

A.5.2 Effet de la production de chaleur interne

La production de chaleur par désintégration radioactive a été négligée dans l'exercice précédent car la lithosphère océanique produite au niveau des dorsales est essentiellement composée de basaltes tholéïtiques qui génèrent peu de chaleur radiogénique. Néanmoins, ceux-ci produisent tout de même environ $0.073 \text{ } \mu\text{W m}^{-3}$ en moyenne (exercice A.1).

1. Calculez le géotherme de la lithosphère océanique en la modélisant à l'aide du modèle de plaque de l'exercice précédent *avec* une production de chaleur interne à un taux volumique constant A sur toute l'épaisseur de la plaque.
2. En prenant une conductivité thermique constante de $3.0 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$, quelle doit être l'épaisseur de la lithosphère pour que la densité de flux de chaleur en surface corresponde à la valeur mesurée de -48 mW m^{-2} ?
3. Quelle est alors la densité de flux de chaleur fournit par le manteau à la base de la lithosphère océanique ?

A.5.3 Effet de la couverture sédimentaire

On veut déterminer l'impact que la couverture sédimentaire a sur la perte de chaleur des vieilles lithosphères océaniques (âges supérieurs à 100 Ma). Pour cela, on utilise le modèle de plaque avec une lithosphère océanique d'épaisseur constante qui est recouverte d'une couche de sédiments d'épaisseur également constante.

Pour simplifier le problème, on suppose que la lithosphère fait 100 km d'épaisseur, qu'elle ne produit aucune chaleur interne, qu'elle possède une conductivité thermique uniforme de $3.0 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$, que sa base est maintenue à une température constante de 1350°C , et que la chaleur est transmise verticalement et en état stationnaire. Enfin, on suppose que la conductivité thermique des sédiments est de $1.0 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$, qu'ils ne produisent pas de chaleur, et que la température du plancher océanique est de 0°C .

Quelle est la densité de flux de chaleur qu'on devrait mesurer au fond des océans :

1. avec une épaisseur de sédiments de 500 m ?
2. avec 1000 m de sédiments ?
3. avec 2000 m de sédiments ?

Qu'en déduisez vous ?

A.6 Décroissance exponentielle du taux de production de chaleur

A.6.1 Indépendance vis à vis de l'érosion

Plusieurs arguments indiquent que le taux de production de chaleur par désintégration radioactive A doit décroître avec la profondeur. Un modèle communément choisi est celui d'une décroissance exponentielle, telle que :

$$A(z) = A_0 e^{-z/D}, \quad (66)$$

où z est la profondeur mesurée depuis la surface et D est une échelle de longueur caractéristique de la province géologique d'intérêt et dont la valeur est de l'ordre de 10 km.

1. Vérifiez que même après un épisode d'érosion, le taux volumique de production de chaleur interne $A(z)$ peut toujours s'écrire sous la forme d'une exponentielle décroissante.
2. Comparez avec le cas où l'on supposerait au contraire que A reste constant et égal à la valeur A_0 sur une épaisseur superficielle D puis nulle en dessous.

A.6.2 Relation entre Q_s et A_0

On suppose que le taux volumique de production de chaleur radioactive dans la lithosphère décroît exponentiellement avec la profondeur, c-à-d $A(z) = A_0 e^{-z/D}$, avec une échelle de longueur caractéristique $D \sim 10 \text{ km}$.

Vérifiez que la densité de flux de chaleur en surface Q_s et A_0 sont reliés par une relation linéaire.

A.7 Géotherme de la lithosphère continentale

A.7.1 Calcul du géotherme continental

Le taux de production de chaleur n'est pas uniforme dans la lithosphère continentale mais tend à décroître avec la profondeur. On suppose que le taux par unité de volume décroît exponentiellement suivant la relation $A(z) = A_0 e^{-z/D}$, et on prend ici une valeur de 10 km pour l'échelle de longueur caractéristique D . Par ailleurs, des mesures effectuées en surface donnent les valeurs suivantes : un taux de production de chaleur par unité de volume $A_0 = 2.5 \mu\text{W m}^{-3}$, et une conductivité thermique pour les roches $K = 2.5 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ (on suppose que cette valeur reste constante avec la profondeur). Enfin, la lithosphère a une épaisseur $L = 160 \text{ km}$ à l'endroit qui nous intéresse.

1. Déterminez le géotherme continental $T(z)$.
2. Tracez le géotherme continental que vous venez de déterminer avec MATLAB.

A.7.2 Effet de la production de chaleur crustale sur l'épaisseur de la lithosphère

Contrairement à ce que peut laisser supposer l'exercice précédent (A.7.1), l'épaisseur de la lithosphère n'est généralement pas connue *a priori*. Par contre, on peut la calculer si l'on connaît la densité de flux de chaleur en surface Q_s .

1. En prenant le même modèle de décroissance exponentielle pour le taux de production de chaleur volumique et la même conductivité thermique pour les roches que précédemment, calculez l'épaisseur de la lithosphère continentale si les mesures de densité de flux de chaleur donnent une valeur de -45 mW m^{-2} .
2. Refaites le calcul en prenant un taux de production de chaleur volumique en surface $A_0 = 1.9 \mu\text{W m}^{-3}$ puis $A_0 = 3.2 \mu\text{W m}^{-3}$.

Qu'en concluez vous ?

A.7.3 Effet de la production de chaleur crustale sur la densité de flux de chaleur fournie par le manteau

En partant de l'exercice précédent (A.7.2), calculez la densité de flux de chaleur qui provient du manteau pour les différents taux de production de chaleur en surface : $A_0 = 1.9 \mu\text{W m}^{-3}$, $A_0 = 2.5 \mu\text{W m}^{-3}$ et $A_0 = 3.2 \mu\text{W m}^{-3}$.

Qu'en déduisez vous ?

A.7.4 Effet de la production de chaleur crustale sur le géotherme continental

Vous supposez que la lithosphère continentale peut être modélisée avec un taux de production de chaleur par unité de volume $A(z) = A_0 e^{-z/D}$, avec $D = 10 \text{ km}$, et une conductivité thermique uniforme $K = 2.5 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

1. D'après les mesures de terrain, $Q_s = -48 \text{ mW m}^{-2}$: calculez et représentez sur un même graphique le géotherme continental pour les taux de production de chaleur en surface $A_0 = 1.9 \mu\text{W m}^{-3}$, $A_0 = 2.5 \mu\text{W m}^{-3}$ et $A_0 = 3.2 \mu\text{W m}^{-3}$.
2. Refaites l'exercice pour une densité de flux de chaleur en surface de -39 mW m^{-2} .

Faites le lien avec les résultats précédents.

A.7.5 Densité de flux de chaleur dans la province de Basin and Range (ouest des États-Unis)

La chaleur perdue par la Terre est exceptionnellement élevée dans la province de Basin and Range à l'ouest des USA : la densité de flux de chaleur moyenne mesurée en surface $Q_s = -88 \text{ mW m}^{-2}$. Les relevés géophysiques effectués dans cette région révèlent une région en extension avec une lithosphère très amincie : son épaisseur serait d'environ 45 km. Par ailleurs, les mesures de laboratoire donnent une conductivité thermique moyenne des roches de cette région de $2.5 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$, et les mesures géochimiques suggèrent que les éléments radioactifs génèrent un taux volumique de production de chaleur en surface $A_0 = 2.1 \text{ } \mu\text{W m}^{-3}$. Enfin, on suppose que le taux de production de chaleur décroît exponentiellement avec la profondeur, avec une longueur caractéristique D de 10 km.

1. L'épaisseur de la lithosphère suggérée par les mesures géophysiques est-elle compatible avec un refroidissement par conduction de la lithosphère en état stationnaire ?
2. Calculez la densité de flux de chaleur fournie par le manteau sous la province du Basin and Range. Calculez également le gradient géothermique en surface et à la base de la lithosphère.
3. Que pensez vous des valeurs calculées par rapport à celles habituellement trouvées à la base d'une lithosphère continentale ?

A.8 Démarrage de la convection de Rayleigh-Bénard

Vous allez déterminer les conditions nécessaires pour que la convection dans un fluide puisse se développer. Pour cela vous allez considérer une couche de fluide d'épaisseur h , de masse volumique ρ et de viscosité μ , sans production de chaleur interne, chauffée par le bas et refroidie par le haut de sorte que la température de sa surface supérieure est T_0 , et celle de sa surface inférieure est $T_0 + \Delta T$ (Figure A.8).

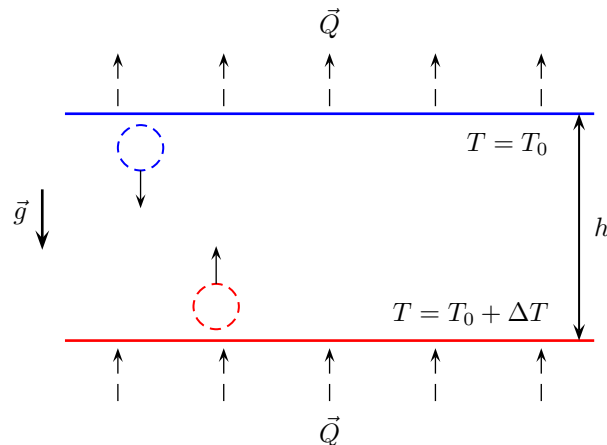


FIGURE A.8 – Illustration du principe de la convection de Rayleigh-Bénard. Une couche de fluide d'épaisseur h est chauffée par le bas et refroidie par le haut avec une densité de flux de chaleur Q de façon à maintenir une différence de température ΔT à travers la couche de fluide. Il n'y a pas de chauffage interne. Les deux petites sphères de rayon a en tireté sur la gauche du schéma montrent comment le fluide qui a été refroidi au contact de la surface supérieure plonge vers l'intérieur de la couche de fluide, et comment celui qui a été réchauffé au contact de la surface inférieure remonte.

1. Dans cette couche de fluide, vous allez étudier le comportement d'une petite parcelle de fluide, une petite sphère fictive de rayon a , qui se trouve au contact de la surface supérieure : elle se refroidit et coule donc vers l'intérieur de la couche de fluide.

Exprimez la masse volumique du fluide, ρ , en fonction de la température, T , puis déduisez en la différence de masse volumique $\Delta\rho$ entre la masse volumique du fluide ambiant, ρ_{fluide} , et celle de la sphère, $\rho_{sphère}$.

2. La mécanique des fluides nous dit que cette petite sphère de fluide se déplace à une vitesse $v = c_1 (\Delta\rho g a^2) / \mu$, où $\Delta\rho$ est la différence de masse volumique entre celle du fluide et celle de la sphère ($\Delta\rho = \rho_{fluide} - \rho_{sphère}$) et c_1 est une constante numérique de proportionnalité.

Exprimez la vitesse de déplacement de la sphère de fluide en fonction de la température de la sphère de fluide et de celle du fluide environnant.

3. Au fur et à mesure que la petite sphère descend, elle se réchauffe par conduction au contact du reste de la couche de fluide environnant qui est plus chaud. L'analyse de l'équation de la chaleur en régime transitoire et sans production de chaleur interne nous dit que le temps τ nécessaire pour réchauffer cette sphère dépend de la distance δ sur laquelle le changement de température a lieu. Autrement dit, $\tau = c_2 \delta^2 / \kappa$, avec κ la diffusivité thermique de la sphère et c_2 une autre constante numérique de proportionnalité.

(i) Au bout de quel temps τ la sphère est-elle entièrement réchauffée ?

(ii) Quelle est la distance d parcourue par la sphère pendant ce temps ?

4. L'expression que vous avez obtenue pour la distance parcourue montre qu'une très petite sphère ne peut pas parcourir de grande distance, et ne peut donc pas atteindre la surface inférieure de la couche de fluide, puisqu'elle se sera entièrement réchauffée avant. Elle ne sera donc plus soumise à la force d'Archimède (ici négative, c-à-d dirigée dans le sens opposé à \vec{g}) bien avant d'atteindre le bas de la couche de fluide.

Pour que la convection puisse se développer, il faut donc que les deux conditions suivantes soient remplies :

(i) que les mouvements de fluide se développent sur toute l'épaisseur de la couche, c-à-d que la sphère de fluide puisse parcourir toute l'épaisseur de la couche : il faut que $d \gtrsim h$;

(ii) que les fluctuations de température ΔT affectent l'ensemble de la couche de fluide, c-à-d qu'on ne considère pas une petite sphère fictive mais en fait l'ensemble de la couche de fluide : il faut que $a \sim h$.

Déduisez de tout ceci la condition pour que la convection puisse se développer et ainsi l'expression mathématique du nombre de Rayleigh.

B Solutions

B.1 Production de chaleur radioactive dans les basaltes et les granites

1. Basalte alcalin : $A \simeq 180 \text{ pW kg}^{-1} \simeq 0.50 \text{ }\mu\text{W m}^{-3}$
Basalte tholéiitique : $A \simeq 26 \text{ pW kg}^{-1} \simeq 0.073 \text{ }\mu\text{W m}^{-3}$
Granite : $A \simeq 1000 \text{ pW kg}^{-1} \simeq 2.7 \text{ }\mu\text{W m}^{-3}$
2. Basalte alcalin : 40 % U, 36 % Th, 24 % K.
Basalte tholéiitique : 40 % U, 39 % Th, 20 % K.
Granite : 43 % U, 45 % Th, 11 % K.

B.2 Transfert thermique par rayonnement

B.2.1 Stratosphère

$$T = \left(\frac{Q_r}{\sigma} \right)^{\frac{1}{4}} \simeq 254 \text{ K} \simeq -19 \text{ }^\circ\text{C}.$$

B.2.2 Lac de lave

1. $Q_r = \sigma T^4 \simeq 270 \text{ kW m}^{-2}$.
2. $\mathcal{P} = \sigma T^4 \pi R^2 \simeq 2.1 \times 10^9 \text{ W}$.

B.2.3 Différents endroits de la Terre

Densités de flux de chaleur et puissances :

$Q_{Strato} \simeq 235 \text{ W m}^{-2}$	$\mathcal{P}_{Strato} \simeq 1.2 \times 10^{17} \text{ W} \simeq 10^5 \text{ TW}$
$Q_{Erta Ale} \simeq 270 \text{ kW m}^{-2}$	$\mathcal{P}_{Erta Ale} \simeq 2.1 \times 10^9 \text{ W} \simeq 2 \times 10^{-3} \text{ TW}$
$\bar{Q}_{Terre} \simeq 80 \text{ mW m}^{-2}$	$\mathcal{P}_{Terre} \simeq 41 \times 10^{12} \text{ W} = 41 \text{ TW}$

B.2.4 Soleil

1. $\mathcal{P} = 4\pi D^2 Q \simeq 3.9 \times 10^{26} \text{ W}$.
2. $T = \left(\frac{Q D^2}{\sigma R_S^2} \right)^{\frac{1}{4}} \simeq 5800 \text{ K}$.

B.3 Conduction de la chaleur à travers un mur

B.3.1 Sans isolation

$$Q = K \frac{(T_{int} - T_{ext})}{e} \simeq 60 \text{ W m}^{-2}.$$

K : conductivité thermique du mur, T_{int} : température intérieure, T_{ext} : température extérieure, e : épaisseur du mur.

B.3.2 Avec isolation

$$1. T_{inter} = \frac{(K_{iso}eT_{int} + K_{iso}eT_{ext})}{(Ke_{iso} + K_{iso}e)} \simeq 8.9^\circ\text{C}.$$

T_{inter} : température de l'interface, K_{iso} : conductivité thermique de l'isolant, e_{iso} : épaisseur de l'isolant.

$$2. Q = KK_{iso} \frac{(T_{int} - T_{ext})}{(Ke_{iso} + K_{iso}e)} \simeq 4.4 \text{ W m}^{-2}.$$

B.4 Mesure de la conductivité thermique des roches

$$1. \text{ Dans l'échantillon : } Q = -K_r \frac{(T_1 - T_2)}{L_r}$$

$$\text{ Dans la plaque de laiton : } Q = -K_b \frac{(T_{sup} - T_1)}{L_b}$$

$$\frac{(T_1 - T_2)}{(T_{sup} - T_1)} = \frac{K_b L_r}{K_r L_b}$$

$$3. K_r \simeq 3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

$T_1 - T_2$ théorique (°C)	$T_1 - T_2$ mesurée (°C)	différence relative -
40	43	-7 %
80	76	+5 %
100	97	+3 %
120	124	-3 %
200	203	-1 %

B.5 Géotherme de la lithosphère océanique

B.5.1 En négligeant production de chaleur interne et couverture sédimentaire

$$1. T(z) = \frac{(T_L - T_s)}{L}z + T_s.$$

$$2. L \simeq 84 \text{ km}.$$

$$3. Q_L = Q_s = -48 \text{ mW m}^{-2}.$$

B.5.2 Effet de la production de chaleur interne

$$1. T(z) = -\frac{A}{2K}z^2 + \left[\frac{(T_L - T_s)}{L} + \frac{AL}{2K} \right]z + T_s.$$

$$2. L = -\frac{Q_s}{A} - \sqrt{\left(\frac{Q_s}{A} \right)^2 - \frac{2K(T_L - T_s)}{A}} \simeq 91 \text{ km}.$$

$$3. Q_L = \frac{AL}{2} - \frac{(T_L - T_s)K}{L} \simeq -41 \text{ mW m}^{-2}.$$

B.5.3 Effet de la couverture sédimentaire

1. $Q_s \simeq -40 \text{ mW m}^{-2}$.
2. $Q_s \simeq -39 \text{ mW m}^{-2}$.
3. $Q_s \simeq -38 \text{ mW m}^{-2}$.

B.6 Décroissance exponentielle du taux de production de chaleur

B.6.2 Relation entre Q_s et A_0

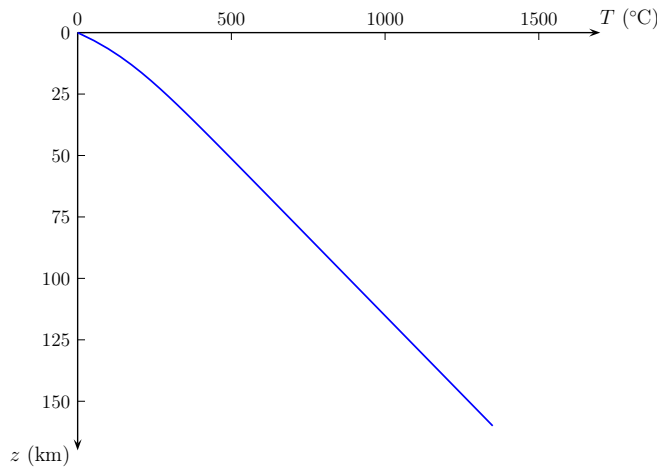
$$|Q_s| = |Q_r| - A_0 D (e^{-L/D} - 1) \simeq |Q_r| + A_0 D.$$

B.7 Géotherme de la lithosphère continentale

B.7.1 Calcul du géotherme continental

1. $T(z) = \frac{A_0 D^2}{K} (1 - e^{-z/D}) + \left[\frac{(T_L - T_s)}{L} - \frac{A_0 D^2}{KL} (1 - e^{-L/D}) \right] z + T_s.$

2.



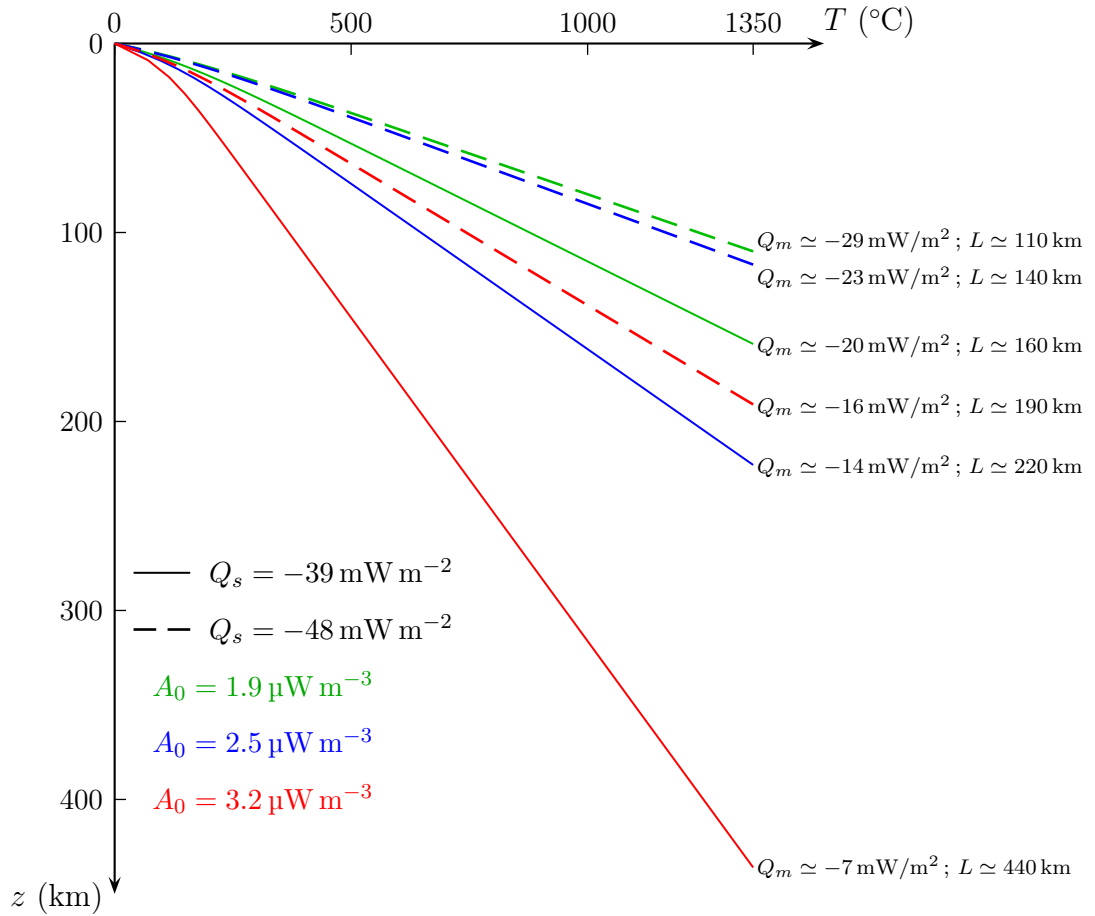
B.7.2 Épaisseur continentale

1. $L \simeq \frac{[A_0 D^2 - K(T_L - T_s)]}{(Q_s + A_0 D)} = 156 \times 10^3 \text{ m} \simeq 160 \text{ km}.$
2. $L \simeq 120 \text{ km}; L \simeq 240 \text{ km}.$

B.7.3 Densité de flux de chaleur fournie par le manteau

$$\begin{aligned} A_0 = 1.9 \mu\text{W m}^{-3} &\Rightarrow Q_m \simeq -26 \text{ mW m}^{-2}; \\ A_0 = 2.5 \mu\text{W m}^{-3} &\Rightarrow Q_m \simeq -20 \text{ mW m}^{-2}; \\ A_0 = 3.2 \mu\text{W m}^{-3} &\Rightarrow Q_m \simeq -13 \text{ mW m}^{-2}. \end{aligned}$$

B.7.4 Effet de A sur le géotherme continental



B.7.5 Province de Basin and Range

1. $L \simeq 47 \text{ km}$
2. $Q_m \simeq -67 \text{ mW m}^{-2}$, $\left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=0} \simeq 35 \text{ }^\circ\text{C km}^{-1}$, $\left. \frac{dT}{dz} \right|_{z=L} \simeq 27 \text{ }^\circ\text{C km}^{-1}$.

B.8 Démarrage de la convection de Rayleigh-Bénard

1. $\Delta\rho = \alpha\rho(T_{ref})(T_{sphère} - T_{fluide})$.
2. $v = c_1 \frac{\alpha\rho_0 g(T_{sphère} - T_{fluide})a^2}{\mu}$.
3. (i) $\tau = c_2 \frac{a^2}{\kappa}$
(ii) $d = c_3 \frac{\alpha\rho_0 g(T_{sphère} - T_{fluide})a^4}{\mu\kappa}$
4. $\frac{\alpha\rho_0 g \Delta T h^3}{\mu\kappa} \gtrsim \frac{1}{c_3}$.

C Solutions détaillées

C.1 Production de chaleur radioactive dans les basaltes et les granites

1. Basalte alcalin : $A \simeq 180 \text{ pW kg}^{-1} \simeq 0.50 \text{ } \mu\text{W m}^{-3}$
Basalte tholéiitique : $A \simeq 26 \text{ pW kg}^{-1} \simeq 0.073 \text{ } \mu\text{W m}^{-3}$
Granite : $A \simeq 1000 \text{ pW kg}^{-1} \simeq 2.7 \text{ } \mu\text{W m}^{-3}$
2. A_U , A_{Th} et A_K : taux de chaleur radioactive (volumique ou massique) produite respectivement par la désintégration de l'uranium, du thorium et du potassium.

Basalte alcalin :

$$A_U \simeq 71 \text{ pW kg}^{-1} \simeq 0.20 \text{ } \mu\text{W m}^{-3}$$

$$A_{Th} \simeq 64 \text{ pW kg}^{-1} \simeq 0.18 \text{ } \mu\text{W m}^{-3}$$

$$A_K \simeq 42 \text{ pW kg}^{-1} \simeq 0.12 \text{ } \mu\text{W m}^{-3}$$

Contributions respectives : 40 % U, 36 % Th, 24 % K.

Basalte tholéiitique :

$$A_U \simeq 10 \text{ pW kg}^{-1} \simeq 0.029 \text{ } \mu\text{W m}^{-3}$$

$$A_{Th} \simeq 10 \text{ pW kg}^{-1} \simeq 0.029 \text{ } \mu\text{W m}^{-3}$$

$$A_K \simeq 5.2 \text{ pW kg}^{-1} \simeq 0.015 \text{ } \mu\text{W m}^{-3}$$

Contributions respectives : 40 % U, 39 % Th, 20 % K.

Granite :

$$A_U \simeq 440 \text{ pW kg}^{-1} \simeq 1.2 \text{ } \mu\text{W m}^{-3}$$

$$A_{Th} \simeq 460 \text{ pW kg}^{-1} \simeq 1.2 \text{ } \mu\text{W m}^{-3}$$

$$A_K \simeq 110 \text{ pW kg}^{-1} \simeq 0.31 \text{ } \mu\text{W m}^{-3}$$

Contributions respectives : 43 % U, 45 % Th, 11 % K.

C.2 Transfert thermique par rayonnement

C.2.1 Stratosphère

Pour calculer la température à la surface de la stratosphère, nous allons utiliser la loi de Stefan-Boltzmann

$$Q_r = \sigma T^4,$$

où T est la température à la surface de la stratosphère (en kelvin !) et Q_r la densité de flux de chaleur rayonnée dans l'infrarouge par la Terre. Nous en déduisons donc que la température moyenne à la surface de la stratosphère est

$$T = \left(\frac{Q_r}{\sigma} \right)^{\frac{1}{4}} \simeq 254 \text{ K} \simeq -19^\circ\text{C}.$$

C.2.2 Lac de lave

1. La densité de flux de chaleur rayonnée par l'Erta Ale est directement donnée par la loi de Stefan-Boltzmann : $Q_r = \sigma T^4 \simeq 270 \text{ kW m}^{-2}$.
2. La chaleur totale rayonnée par ce lac de lave est donc $Q_r \pi R^2$ avec R le rayon de l'Erta Ale : $\mathcal{P} = \sigma T^4 \pi R^2 \simeq 2.1 \times 10^9 \text{ W}$.

C.2.3 Différents endroits de la Terre

Densités de flux de chaleur et puissances :

$$\begin{aligned} Q_{Strato} &\simeq 235 \text{ W m}^{-2} & \mathcal{P}_{Strato} &\simeq 1.2 \times 10^{17} \text{ W} \simeq 10^5 \text{ TW} \\ Q_{Erta Ale} &\simeq 270 \text{ kW m}^{-2} & \mathcal{P}_{Erta Ale} &\simeq 2.1 \times 10^9 \text{ W} \simeq 2 \times 10^{-3} \text{ TW} \\ \bar{Q}_{Terre} &\simeq 80 \text{ mW m}^{-2} & \mathcal{P}_{Terre} &\simeq 41 \times 10^{12} \text{ W} = 41 \text{ TW} \end{aligned}$$

C.2.4 Soleil

1. L'énergie en provenance du soleil qui est reçue par la Terre n'est qu'une infime partie de l'énergie totale rayonnée par le soleil. On considère que le soleil est une source ponctuelle et isotrope de rayonnement. Le soleil émet donc dans toutes les directions et de manière égale une quantité de chaleur par unité de temps \mathcal{P} . À une distance R du soleil, cette quantité de chaleur traverse la surface de la sphère centrée sur le soleil et de rayon R avec une densité de flux de chaleur Q_r telle que

$$\mathcal{P} = \int_S Q_r dS = SQ_r = 4\pi R^2 Q_r$$

puisque Q_r est constante (\mathcal{P} est isotrope donc la densité de flux de chaleur est la même dans toute les directions).

La densité de flux de chaleur Q reçue par la Terre est la quantité de chaleur par unité de surface et de temps qui traverse la sphère centrée sur le soleil et de rayon la distance Terre-Soleil (D). Donc

$$\mathcal{P} = \int_S Q dS = 4\pi D^2 Q \simeq 3.9 \times 10^{26} \text{ W}. \quad (67)$$

2. Pour calculer la température du soleil, nous allons utiliser la loi de Stefan-Boltzmann

$$Q_r = \sigma T^4, \quad (68)$$

où T est la température à la surface du soleil que nous cherchons à calculer. Puisque nous nous intéressons à la température à la surface du soleil, il nous faut calculer la densité de flux de chaleur radiée à la surface du soleil (rayon du soleil, $R_S \approx 700\,000 \text{ km}$) :

$$\mathcal{P} = \int_{S_{soleil}} Q_r dS = 4\pi R_S^2 Q_r.$$

En combinant cette équation avec la loi de Stefan-Boltzmann (68) et l'équation (67) qui donne la puissance totale rayonnée par le soleil, on en déduit la température à sa surface :

$$\begin{aligned} 4\pi D^2 Q &= 4\pi R_S^2 Q_r \\ \Leftrightarrow 4\pi D^2 Q &= 4\pi R_S^2 \sigma T^4 \\ \Leftrightarrow T &= \left(\frac{Q D^2}{\sigma R_S^2} \right)^{\frac{1}{4}} \simeq 5800 \text{ K}. \end{aligned} \quad (69)$$

C.3 Conduction de la chaleur à travers un mur

C.3.1 Sans isolation

La loi de Fourier relie la densité de flux de chaleur au gradient de température :

$$\vec{Q} = -K \text{grad } T = -K \frac{dT}{dx} \vec{i}$$

où K est la conductivité thermique, et Ox est l'axe perpendiculaire au mur, avec \vec{i} comme vecteur unitaire, selon lequel la chaleur est échangée (depuis les températures les plus hautes vers les températures les plus basses). On décide (par ex.) que l'axe Ox est orienté de l'intérieur vers l'extérieur de la pièce, avec $x = 0$ la position du mur intérieur. La densité de flux de chaleur \vec{Q} est alors orientée dans le même sens que Ox ; Q est donc positive. (Si l'on avait décidé d'orienter l'axe Ox dans l'autre sens, la densité de flux de chaleur Q serait alors négative).

Pour déterminer la densité de flux de chaleur \vec{Q} , nous devons déterminer le gradient de température. L'équation de la chaleur à une dimension s'écrit

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{K}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{A}{\rho C_p}.$$

En régime stationnaire $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$, et sans production de chaleur interne $A = 0$. Donc

$$\begin{aligned} \frac{d^2 T}{dx^2} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{dT}{dx} &= C_1 \end{aligned} \quad (70)$$

D'après la loi de Fourier (à une dimension) :

$$Q(x) = -K \frac{dT}{dx},$$

donc la densité de flux de chaleur est constante dans le mur : $Q = -KC_1$.

En intégrant le gradient de température (70), on obtient :

$$T(x) = C_1 x + C_2.$$

En $x = 0$, si l'on pose $T = T_{int} = 20^\circ\text{C}$, la température à l'intérieur de la pièce :

$$T = T_{int} \Rightarrow C_2 = T_{int}.$$

Si le mur a une épaisseur e alors en $x = e$, $T = T_{ext} = 8^\circ\text{C}$, la température l'extérieure :

$$\begin{aligned} T = T_{ext} &\Rightarrow C_1 e + T_{int} = T_{ext} \\ \Leftrightarrow C_1 &= \frac{(T_{ext} - T_{int})}{e}. \end{aligned}$$

Le gradient de température est donc constant dans le mur et a pour valeur

$$\frac{dT}{dx} = \frac{(T_{ext} - T_{int})}{e},$$

et d'après la loi de Fourier :

$$Q = -K \frac{(T_{ext} - T_{int})}{e} = K \frac{(T_{int} - T_{ext})}{e} \simeq 60 \text{ W m}^{-2}.$$

Le gradient de température dT/dx et la densité de flux de chaleur Q sont tous les deux constants dans le mur et ne dépendent pas de la position x . De plus, puisque que $T_{int} - T_{ext} = 12^\circ\text{C} > 0$ (la température de la pièce est supérieure à la température à l'extérieur), on vérifie bien que le gradient de température est négatif (la température décroît dans le mur en allant de sa paroi intérieure vers l'extérieur) et que la densité de flux de chaleur est positive (\vec{Q} est dirigée vers l'extérieur, la pièce perd de la chaleur).

C.3.2 Avec isolation

1. Avec l'isolant, nous avons *a priori* deux densités de flux de chaleur : la densité de flux de chaleur qui traverse le mur Q_m et la densité de flux de chaleur qui traverse l'isolant Q_{iso} . Mais en régime stationnaire et sans production de chaleur interne, la densité de flux de chaleur est nécessairement constante. Q ne dépend donc pas de la position x et les deux densités de flux de chaleur Q_m et Q_{iso} sont identiques : la quantité de chaleur entrant dans l'isolant est égale à la quantité de chaleur sortant du mur. Si ce n'était pas le cas, si Q_m et Q_{iso} n'étaient pas égales, cela voudrait dire que de la chaleur est produite dans le mur (si $Q_m > Q_{iso}$) ou à l'inverse dans l'isolant (si $Q_m < Q_{iso}$).

On ne connaît pas la température à l'interface mur-isolant mais nommons la T_{inter} . En prenant comme origine $x = 0$ la paroi de l'isolant à l'intérieur de la pièce et en nommant e_{iso} l'épaisseur de l'isolant, l'interface se trouve à la position $x = e_{iso} = 10 \text{ cm}$. De même, la température à l'intérieur de la pièce en $x = 0$ est $T(0) = T_{int} = 20^\circ\text{C}$ et celle à l'extérieur du mur en $x = e + e_{iso}$ (où e est l'épaisseur du mur) est $T(e + e_{iso}) = T_{ext} = 8^\circ\text{C}$. En appliquant la loi de Fourier à travers le mur, entre l'interface mur-isolant et l'extérieur du mur, on obtient alors

$$Q_m = -K \frac{dT}{dx} = K \frac{(T_{inter} - T_{ext})}{e}.$$

De même, en appliquant la loi de Fourier à travers l'isolant (avec K_{iso} sa conductivité thermique) entre l'intérieur de la pièce et l'interface mur-isolant, on trouve

$$Q_{iso} = K_{iso} \frac{(T_{int} - T_{inter})}{e_{iso}}.$$

Puisque la densité de flux de chaleur est constante à travers le mur, nous avons l'égalité $Q_m = Q_{iso}$, et on en déduit que la température de l'interface est

$$\begin{aligned} T_{inter} &= \frac{\left(\frac{K e_{iso}}{K_{iso} e} T_{ext} + T_{int}\right)}{\left(1 + \frac{K e_{iso}}{K_{iso} e}\right)} \\ \Leftrightarrow T_{inter} &= \frac{(K_{iso} e T_{int} + K e_{iso} T_{ext})}{(K e_{iso} + K_{iso} e)} \simeq 8.9^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

2. Le flux de chaleur sortant du mur est

$$\begin{aligned}
 Q &= K \frac{(T_{inter} - T_{ext})}{e} \\
 \Leftrightarrow Q &= K \frac{\left(\frac{(K_{iso}eT_{int} + K_{iso}eT_{ext})}{(Ke_{iso} + K_{iso}e)} - T_{ext}\right)}{e} \\
 \Leftrightarrow Q &= K K_{iso} \frac{(T_{int} - T_{ext})}{(Ke_{iso} + K_{iso}e)} \simeq 4.4 \text{ W m}^{-2}.
 \end{aligned}$$

La perte de chaleur de la pièce est donc environ 14 fois moindre que dans le cas sans isolant...

Remarque importante :

La densité de flux de chaleur est constante à travers tout le mur et l'isolant mais ce n'est pas le cas pour le profil de température : bien au contraire, $T(x)$ est différent dans le mur et dans l'isolant.

Profil de température dans le mur :

D'après la loi de Fourier,

$$Q = -K \frac{dT}{dx} \Rightarrow T_{mur}(x) = -\frac{Q}{K}x + C_3,$$

où C_3 est une constante d'intégration que l'on détermine à l'aide de la condition aux limite $T_{mur}(e + e_{iso}) = T_{ext}$ (température extérieure). D'où

$$\begin{aligned}
 C_3 &= T_{ext} + \frac{Q}{K}(e + e_{iso}) \\
 \Leftrightarrow T_{mur}(x) &= T_{ext} + \frac{Q}{K}(e + e_{iso} - x).
 \end{aligned}$$

Profil de température dans l'isolant :

D'après la loi de Fourier,

$$Q = -K \frac{dT}{dx} \Rightarrow T_{iso}(x) = -\frac{Q}{K_{iso}}x + C_4,$$

où C_4 est une constante d'intégration que l'on détermine à l'aide de la condition aux limite $T_{iso}(0) = T_{int}$ (température intérieure). D'où

$$\begin{aligned}
 C_4 &= T_{int} \\
 \Leftrightarrow T_{iso}(x) &= T_{int} - \frac{Q}{K_{iso}}x.
 \end{aligned}$$

Les deux profils (Figure C.3) donnent bien la même température à l'interface mur-isolant, et on remarque que la température évolue beaucoup plus rapidement dans l'isolant que dans le mur : $K_{iso} < K$ et Q est constante, et la loi de Fourier implique que le gradient de température est plus fort dans l'isolant que dans le reste du mur.

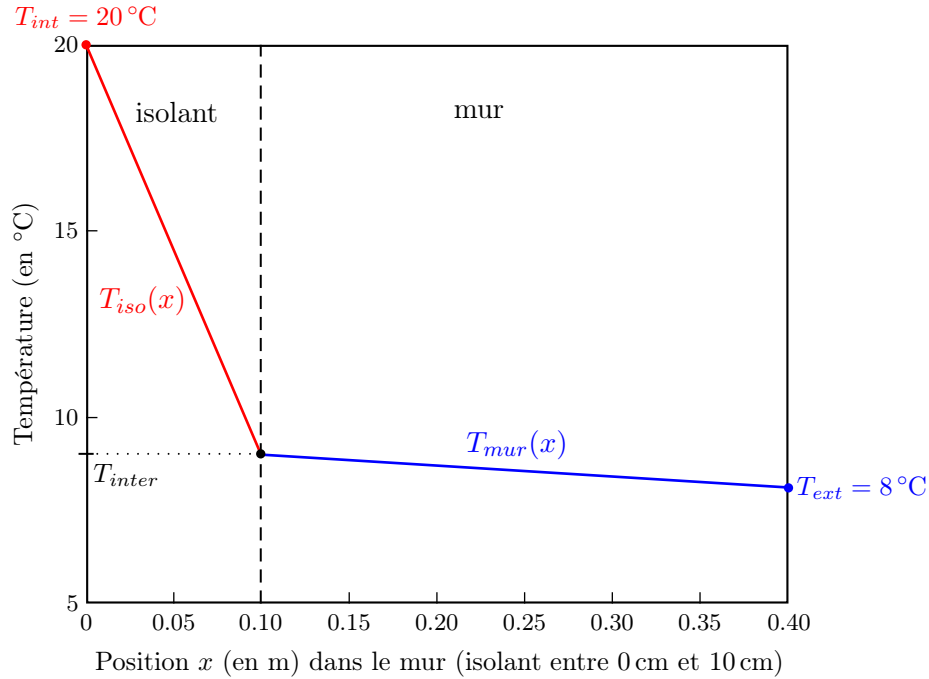


FIGURE C.3 – Profil de température dans le mur et l'isolant.

3. Si l'on pose l'isolant à l'extérieur de la pièce, le raisonnement est le même mais les conditions aux limites pour trouver les constantes d'intégrations C_3 et C_4 changent : à l'intérieur, en $x = 0$, $T(0) = T_{int} = 20^\circ\text{C}$; à l'interface, en $x = e$, $T(e) = T_{inter}$; à l'extérieur, en $x = e + e_{iso}$, $T(e + e_{iso}) = T_{ext} = 8^\circ\text{C}$. On en déduit alors la température à l'interface entre le mur et l'isolant :

$$T_{inter} = \frac{(K_{iso}eT_{ext} + Ke_{iso}T_{int})}{(Ke_{iso} + K_{iso}e)} \simeq 19.1^\circ\text{C}.$$

Celle-ci est différente du cas précédent mais on remarque par contre que la différence de température entre les parois du mur ($\simeq 0.9^\circ\text{C}$), ou entre les parois de l'isolant ($\simeq 11.1^\circ\text{C}$), est identique au cas où l'isolant est posé à l'intérieur. En effet, puisqu'il n'y a aucune production de chaleur interne, cela signifie que les gradients thermiques dans le mur et dans l'isolant restent identiques au cas précédent (isolant placé à l'intérieur de la pièce). La densité de flux reste donc également la même, ce qui se vérifie facilement lorsqu'on fait le calcul :

$$Q = K K_{iso} \frac{(T_{ext} - T_{int})}{(Ke_{iso} + K_{iso}e)} \simeq 4.4 \text{ W m}^{-2}.$$

Il n'y a donc aucune différence entre l'isolation d'une pièce par l'intérieur ou l'extérieur.

C.4 Mesure de la conductivité thermique des roches

1. Loi de Fourier : $\vec{Q} = -K\vec{\nabla}T = -K\frac{dT}{dz}\vec{k}$.

La différence de température $T_{sup} - T_1$ imposée à la plaque de laiton supérieure est positive, le transfert de chaleur vertical s'effectue donc vers le bas : $T_{sup} > T_1 > T_2$. Si

nous choisissons que l'axe Oz est orienté vers le haut, par ex., le gradient de température est alors positif (les températures augmentent en allant vers le haut), et la densité de flux est donc négative (son vecteur est dirigé vers le bas) :

$$Q = -K \frac{dT}{dz} < 0.$$

Puisqu'il n'y a pas de production de chaleur interne (ni dans l'échantillon de roche ni dans le laiton), à l'équilibre thermique la densité de flux de chaleur est constante à travers l'ensemble du montage expérimental.

Déterminons là : l'équation de la chaleur à une dimension (ici, verticalement) s'écrit

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{K}{\rho C_p} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{A}{\rho C_p}.$$

En régime stationnaire $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$, et sans production de chaleur interne $A = 0$. Donc

$$\begin{aligned} \frac{d^2 T}{dz^2} &= 0 \\ \Leftrightarrow \frac{dT}{dz} &= C_1, \end{aligned} \quad (71)$$

où C_1 est une constante d'intégration. D'après la loi de Fourier (à une dimension donc, ici selon Oz) :

$$Q(z) = -K \frac{dT}{dz},$$

et la densité de flux de chaleur est bien constante dans le dispositif expérimental : $Q = -KC_1$. En intégrant maintenant le gradient de température (71), nous obtenons :

$$T(z) = C_1 z + C_2,$$

où C_2 est une nouvelle constante d'intégration.

Considérons ce qui se passe dans l'échantillon. Nous avons choisi d'orienter l'axe Oz vers le haut. Si nous prenons son origine $z = 0$ à la base de l'échantillon, par ex., alors

$$T(z = 0) = T_2 \Rightarrow C_2 = T_2.$$

Au sommet de l'échantillon $z = L_r$, donc

$$\begin{aligned} T(z = L_r) = T_1 &\Rightarrow C_1 L_r + T_2 = T_1 \\ \Leftrightarrow C_1 &= \frac{(T_1 - T_2)}{L_r}. \end{aligned}$$

Le gradient de température est donc constant dans l'échantillon et a pour valeur

$$\frac{dT}{dz} = C_1 = \frac{(T_1 - T_2)}{L_r},$$

et d'après la loi de Fourier :

$$Q = -K_r \frac{(T_1 - T_2)}{L_r}.$$

La densité de flux de chaleur Q est bien constante dans l'échantillon (elle ne dépend donc pas de la position z) et nous vérifions qu'avec $T_1 > T_2$ (Tableau A.4) la densité de flux de chaleur Q est bien négative (elle est dirigée du haut vers le bas).

En faisant le même raisonnement à travers la plaque de laiton supérieure, nous obtenons la densité de flux de chaleur à travers cette plaque :

$$Q = -K_b \frac{(T_{sup} - T_1)}{L_b}.$$

Puisque la densité de flux de chaleur est constante dans tout le dispositif expérimental, nous en déduisons que

$$\frac{(T_1 - T_2)}{(T_{sup} - T_1)} = \frac{K_b L_r}{K_r L_b}. \quad (72)$$

2. Cette expression est celle d'une droite (comme on le vérifie graphiquement sur la Figure C.4) de pente $\frac{K_b}{K_r}$:

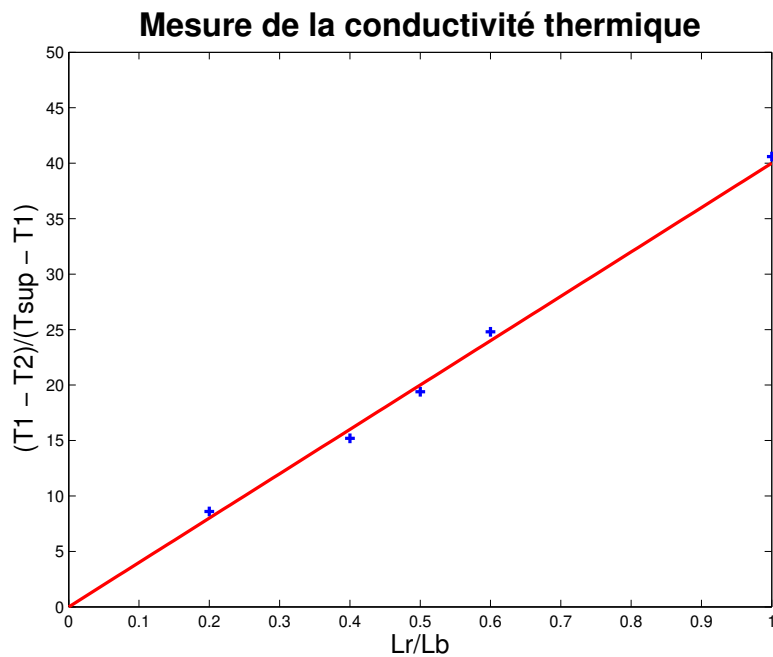


FIGURE C.4 – Représentation graphique de $\frac{T_1 - T_2}{T_{sup} - T_1}$ en fonction de $\left(\frac{L_r}{L_b}\right)$. Les mesures sont représentées par des croix bleues et la droite rouge est celle qui passe au mieux à travers les mesures.

3. La pente de la droite qui passe au mieux par les points de mesure (Figure C.4) a une valeur d'environ 40, ce qui donne une conductivité thermique $K_r \simeq 3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$.
4. Cette valeur n'est pas aberrante puisqu'elle est comparable aux valeurs de conductivités mesurées pour les roches terrestres. Notre résultat semble donc *a priori* plausible. Nous pouvons vérifier *a posteriori* que la valeur obtenue pour K_r est effectivement correcte à l'aide de l'équation (72) en calculant la différence de température théorique

$(T_1 - T_2)_{théorique}$ que l'on s'attendrait à mesurer si les échantillons de roche avaient effectivement cette conductivité thermique de $3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$. D'après notre analyse (équation 72) nous avons

$$(T_1 - T_2)_{théorique} = (T_{sup} - T_1) \frac{K_b L_r}{K_r L_b}.$$

Nous pouvons ainsi calculer l'erreur relative ϵ entre la valeur théorique prédite et les valeurs réellement mesurées (Tableau C.4) :

$$\epsilon = \left| \frac{(T_1 - T_2)_{théorique} - (T_1 - T_2)_{mesurée}}{(T_1 - T_2)_{mesurée}} \right|.$$

Les valeurs théoriques de $T_1 - T_2$ qui sont attendues avec une conductivité thermique $K_r = 3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ sont très proches, à quelques % près, des valeurs qui ont été réellement mesurées (Tableau C.4). Nous pouvons donc raisonnablement considérer cette valeur de conductivité thermique pour l'échantillon de roches comme correcte.

TABLEAU C.4 – Comparaison des différences de température théoriques et mesurées.

$(T_1 - T_2)_{théorique}$ (°C)	$(T_1 - T_2)_{mesurée}$ (°C)	erreur relative ϵ –
40	43	–7 %
80	76	+5 %
100	97	+3 %
120	124	–3 %
200	203	–1 %

C.5 Géotherme de la lithosphère océanique

C.5.1 En négligeant production de chaleur interne et couverture sédimentaire

1. L'équation de la chaleur à une dimension est

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{A}{\rho C_p},$$

qui se réécrit en régime stationnaire et sans production de chaleur interne :

$$\frac{d^2 T}{dz^2} = 0$$

En intégrant deux fois cette équation, on obtient le profil de température

$$T(z) = C_1 z + C_2,$$

où C_1 et C_2 sont deux constantes d'intégration indépendantes de la profondeur z dans la lithosphère. À l'aide des deux conditions aux limites $T(z = 0) = T_s$ et $T(z = L) = T_L$, on en déduit que

$$C_1 = \frac{(T_L - T_s)}{L} \quad \text{et} \quad C_2 = T_s.$$

D'où le profil de température

$$T(z) = \frac{(T_L - T_s)}{L} z + T_s. \tag{73}$$

2. La densité de flux de chaleur $Q(z)$ dans la lithosphère s'obtient en calculant le gradient du profil de température (73) et en utilisant la loi de Fourier.

Loi de Fourier :

$$Q(z) = -K \frac{dT}{dz}.$$

Gradient de température :

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dz} &= \frac{(T_L - T_s)}{L} \\ \Rightarrow Q(z) &= -\frac{(T_L - T_s)K}{L}. \end{aligned} \quad (74)$$

On en déduit que la densité de flux de chaleur est constante dans toute la lithosphère océanique, et l'épaisseur que la lithosphère doit avoir pour que cette densité de flux de chaleur soit égale à une certaine valeur Q_s est donc

$$\begin{aligned} Q_s &= -\frac{(T_L - T_s)K}{L} \\ \Rightarrow L &= -\frac{(T_L - T_s)K}{Q_s}. \end{aligned}$$

La mesure d'une densité de flux de chaleur de -48 mW m^{-2} en surface implique donc une épaisseur de lithosphère de $L = \frac{-1350 \times 3}{-48 \times 10^{-3}} \simeq 84 \text{ km}$.

3. La densité de flux de chaleur ne dépend pas de z (équation 74). Elle est donc constante dans toute la lithosphère, et la densité de flux de chaleur fournie par le manteau à la base de la lithosphère océanique est donc identique à celle mesurée en surface : $Q_L = Q_s = -48 \text{ mW m}^{-2}$.

C.5.2 Effet de la production de chaleur interne

1. Équation de la chaleur à une dimension :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{A}{\rho C_p}.$$

En régime stationnaire et avec production de chaleur interne, on a donc :

$$\frac{d^2 T}{dz^2} = -\frac{A}{K}.$$

En intégrant deux fois cette équation, on obtient le profil de température

$$T(z) = -\frac{A}{2K} z^2 + C_3 z + C_4,$$

où C_3 et C_4 sont deux constantes d'intégration indépendantes de la profondeur z dans la lithosphère. À l'aide des deux conditions aux limites $T(z=0) = T_s$ et $T(z=L) = T_L$, on obtient

$$C_3 = \frac{(T_L - T_s)}{L} + \frac{AL}{2K} \quad \text{et} \quad C_4 = T_s.$$

D'où le profil de température

$$T(z) = -\frac{A}{2K}z^2 + \left[\frac{(T_L - T_s)}{L} + \frac{AL}{2K} \right] z + T_s.$$

La production de chaleur interne courbe donc le profil de température.

2. En utilisant la loi de Fourier :

$$\begin{aligned} Q(z) &= -K \frac{dT}{dz} \\ \Leftrightarrow Q(z) &= Az - \frac{(T_L - T_s)K}{L} - \frac{AL}{2}. \end{aligned} \quad (75)$$

On en déduit qu'avec une production de chaleur interne constante, la densité de flux de chaleur n'est plus constante dans la lithosphère océanique : Q varie linéairement avec la profondeur, et la densité de flux de chaleur Q_s en surface est

$$Q_s = -\frac{(T_L - T_s)K}{L} - \frac{AL}{2}.$$

Autrement dit, l'épaisseur L de la lithosphère doit vérifier l'équation suivante pour que la densité de flux de chaleur soit égale à Q_s :

$$AL^2 + 2Q_sL + 2(T_L - T_s)K = 0.$$

Il s'agit d'un polynôme du second degré dont les racines sont

$$L = -\frac{Q_s}{A} \pm \sqrt{\left(\frac{Q_s}{A}\right)^2 - \frac{2K(T_L - T_s)}{A}}, \quad (76)$$

et l'épaisseur de la lithosphère est la plus faible de ces deux racines (elle ne peut pas être la plus grande car la plus faible vérifie déjà l'équation 76) :

$$\begin{aligned} L &= -\frac{Q_s}{A} - \sqrt{\left(\frac{Q_s}{A}\right)^2 - \frac{2K(T_L - T_s)}{A}} \\ &= \frac{48 \times 10^{-3}}{0.073 \times 10^{-6}} - \sqrt{\left(\frac{-48 \times 10^{-3}}{0.073 \times 10^{-6}}\right)^2 - \frac{2 \times 3 \times 1350}{0.073 \times 10^{-6}}} \\ &\simeq 91 \text{ km.} \end{aligned}$$

Ainsi, la production de chaleur interne implique une lithosphère plus épaisse que dans le cas sans production de chaleur : ceci est nécessairement le cas pour maintenir la même valeur de flux de chaleur en surface dans les deux cas.

3. La densité de flux de chaleur fournie par le manteau à la base de la lithosphère océanique se déduit directement du profil (75) :

$$Q_L = \frac{AL}{2} - \frac{(T_L - T_s)K}{L} \simeq -41 \text{ mW m}^{-2}.$$

Ainsi, pour une densité de flux de chaleur donnée en surface, la contribution fournie par le manteau est d'autant plus faible que la lithosphère produit elle-même de la chaleur.

C.5.3 Effet de la couverture sédimentaire

1. Considérons le cas d'une lithosphère d'épaisseur L recouverte d'une épaisseur D de sédiments. $z = 0$ au niveau du plancher océanique c-à-d à la surface des sédiments. En intégrant l'équation de conduction de la chaleur à l'état stationnaire dans les sédiments, on en déduit

$$\frac{dT}{dz} = C_1,$$

$$\Leftrightarrow T(z) = C_1 z + C_2.$$

C_1 et C_2 sont des constantes d'intégrations, et les conditions aux limites $T(z=0) = 0$ au niveau du plancher océanique et $T(z=D) = T_D$ à la limite entre les sédiments et la lithosphère impliquent $C_1 = \frac{(T_D - T_s)}{D}$ et $C_2 = 0$. La densité de flux de chaleur $Q_{sedim.}$ dans les sédiments est donc constante et à pour valeur

$$Q_{sedim.} = -K_s \frac{(T_D - T_s)}{D},$$

où K_s est la conductivité thermique des sédiments.

En appliquant la même démarche dans la lithosphère, on obtient

$$\frac{dT}{dz} = C_3,$$

$$\Leftrightarrow T(z) = C_3 z + C_4,$$

C_3 et C_4 sont des constantes d'intégrations, et les conditions aux limites $T(z=D) = T_D$ à la limite entre sédiments et lithosphère et $T(z=L+D) = T_{base} = 1350^\circ\text{C}$ à la base de la lithosphère donnent $C_3 = \frac{(T_{base} - T_D)}{L}$ et $C_4 = T_{base} - \frac{(T_{base} - T_D)(L+D)}{L}$. La densité de flux de chaleur Q dans la lithosphère est donc constante et à pour valeur

$$Q = -K \frac{(T_{base} - T_D)}{L}.$$

Puisqu'il n'y a pas de production de chaleur ni dans la lithosphère océanique ni dans les sédiments, la densité de flux de chaleur est constante partout, donc $Q_{sedim.} = Q = Q_s$, ce qui nous donne la température à la limite entre sédiments et lithosphère :

$$-K_s \frac{(T_D - T_s)}{D} = -K \frac{(T_{base} - T_D)}{L}$$

$$\Leftrightarrow -K_s (T_D - T_s) L = -K (T_{base} - T_D) D$$

$$\Leftrightarrow T_D (-K_s L - K D) = -K D T_{base} - K_s L T_s$$

$$\Leftrightarrow T_D = \frac{(K D T_{base} + K_s L T_s)}{(K_s L + K D)}.$$

La densité de flux de chaleur perdue par la lithosphère océanique est donc

$$Q_s = -K_s \frac{(T_D - T_s)}{D},$$

$$= -\frac{K_s}{D} \frac{(K D T_{base} - K D T_s)}{(L K_s + D K)}$$

$$= -\frac{K_s K (T_{base} - T_s)}{(K_s L + K D)}.$$

Avec une épaisseur de sédiments de 500 m, on trouve donc que la densité de flux de chaleur perdue à la surface $Q_s \simeq -40 \text{ mW m}^{-2}$.

2. Avec 1 km de sédiments, on trouve une densité de flux de chaleur à la surface $Q_s \simeq -39 \text{ mW m}^{-2}$.
3. Avec 2 km de sédiments, on trouve une densité de flux de chaleur à la surface $Q_s \simeq -38 \text{ mW m}^{-2}$.

Les sédiments agissent donc comme des isolants thermiques qui limitent la perte de chaleur par conduction de la lithosphère océanique, et cette isolation thermique est d'autant plus efficace que la couche sédimentaire est épaisse. Toutefois, cet effet isolant des sédiments reste modeste : même avec 2 km de sédiments, la perte de chaleur n'est diminuée que de quelques mW m^{-2} par rapport au cas sans aucun sédiment.

C.6 Décroissance exponentielle du taux de production de chaleur

C.6.1 Indépendance vis à vis de l'érosion

1. Initialement le taux volumique de production de chaleur s'écrit

$$A(z) = A_0 e^{-z/D} dz.$$

Si l'érosion retire une couche H de roches, des roches qui se trouvaient initialement à une profondeur z se trouvent maintenant plus proche de la surface et à une profondeur inférieure $z' = z - H$. Donc $z = z' + H$ et le taux volumique de production de chaleur se réécrit

$$\begin{aligned} A(z') &= A_0 e^{-(z'+H)/D} \\ \Leftrightarrow A(z') &= A_0 e^{-H/D} e^{-z'/D} \\ \Leftrightarrow A(z') &= A'_0 e^{-z'/D}, \end{aligned}$$

où $A'_0 = A_0 e^{-H/D}$ est le nouveau taux volumique de production de chaleur mesuré en surface, qui est le taux qui existait initialement à la profondeur H avant l'épisode d'érosion. Le taux de production de chaleur décroît donc toujours de manière exponentielle avec la profondeur et de la même manière : on a toujours $A(D) = A'_0/e$. Ceci reste vrai quelque soit l'épaisseur H qui a été érodée.

2. Si à la place d'une décroissance exponentielle nous considérons un modèle où $A = A_0$ entre les profondeurs $z = 0$ et $z = D$, puis $A = 0$ pour $z > D$, alors après l'épisode d'érosion, la couche de roches qui produit de la chaleur sera moins épaisse : $A = A_0$ entre $z = 0$ et $z = D - H$, puis $A = 0$ en dessous. Donc selon ce modèle, une fois que l'érosion a retirée une épaisseur D , la lithosphère ne produirait alors plus de chaleur.

Ainsi, contrairement au modèle de décroissance exponentielle, ce deuxième modèle dépend directement du niveau d'érosion subit par la région qui nous intéresse. Or cela implique que la relation linéaire entre Q_s et A_0 ne peut pas être observée avec la même échelle de longueur D pour des lithosphères ayant subit des niveaux d'érosion

différents. Enfin, ce deuxième modèle conduit à la conclusion que la lithosphère ne produit plus de chaleur une fois qu'il y a eu suffisamment (~ 10 km) d'érosion, ce qui est clairement erroné.

C.6.2 Relation entre Q_s et A_0

La conservation de l'énergie thermique dans la lithosphère peut s'écrire mathématiquement de la façon suivante :

$$|Q_s| = |Q_r| + \int_0^L A(z) dz = |Q_r| + \int_0^L A_0 e^{-z/D} dz,$$

où L est l'épaisseur de la lithosphère. En effectuant le calcul de l'intégrale, on en déduit donc

$$\begin{aligned} |Q_s| &= |Q_r| - A_0 D \left[e^{-z/D} \right]_0^L \\ \Leftrightarrow |Q_s| &= |Q_r| - A_0 D \left(e^{-L/D} - 1 \right) \\ \Leftrightarrow |Q_s| &\simeq |Q_r| + A_0 D \\ \Leftrightarrow Q_s &\simeq Q_r - A_0 D. \end{aligned}$$

En effet, $L \gg D$, donc $\exp(-L/D)$ est essentiellement nul : par ex., si $L = 100$ km alors $e^{-L/D} = e^{-10} \simeq 4.5 \cdot 10^{-5} \sim 0$.

On peut également retrouver cette relation linéaire en partant de l'équation de la chaleur à une dimension en régime stationnaire :

$$\frac{d^2 T}{dz^2} = -\frac{A}{K} = -\frac{A_0}{K} e^{-z/D}.$$

Après une première intégration :

$$\frac{dT}{dz} = \frac{A_0 D}{K} e^{-z/D} + C_1,$$

et on en déduit la constante d'intégration à l'aide de la loi de Fourier et de la condition aux limites $Q(z=0) = Q_s$:

$$\begin{aligned} Q(z) &= -K \frac{dT}{dz} = -A_0 D e^{-z/D} - K C_1 \\ \Rightarrow Q_s &= -A_0 D - K C_1 \\ \Leftrightarrow C_1 &= -\frac{(Q_s + A_0 D)}{K}. \end{aligned}$$

Le profil de densité de flux de chaleur s'écrit donc

$$\begin{aligned} Q(z) &= -A_0 D e^{-z/D} + Q_s + A_0 D \\ \Leftrightarrow Q(z) &= Q_s + A_0 D \left(1 - e^{-z/D} \right). \end{aligned}$$

De nouveau, dès que z est très grand par rapport à D , l'exponentielle $e^{-z/D}$ peut être approximée par zéro. Donc si l'on prend pour Q_r , par ex., la densité de flux de chaleur fournie

par le manteau à la base de la lithosphère en $z = L$, l'exponentielle est alors négligeable et notre équation s'écrit alors

$$\begin{aligned} Q_r &= Q_s + A_0 D \left(1 - e^{-L/D}\right) \\ &\simeq Q_s + A_0 D \\ \Leftrightarrow Q_s &= -A_0 D + Q_r. \end{aligned}$$

On retrouve bien la relation linéaire entre Q_s et A_0 .

C.7 Géotherme de la lithosphère continentale

C.7.1 Calcul du géotherme continental

1. Équation de la chaleur à une dimension en régime stationnaire :

$$\frac{d^2 T}{dz^2} = -\frac{A(z)}{K} = -\frac{A_0}{K} e^{-z/D}.$$

Après deux intégrations, on obtient

$$T(z) = -\frac{A_0 D^2}{K} e^{-z/D} + C_1 z + C_2,$$

où C_1 et C_2 sont deux constantes d'intégration qu'on détermine à l'aide des conditions aux limites $T(z = 0) = T_s$, la température à la surface, et $T(z = L) = T_L$, la température à la base de la lithosphère :

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{(T_L - T_s)}{L} - \frac{A_0 D^2}{KL} \left(1 - e^{-L/D}\right) \\ \text{et } C_2 &= T_s + \frac{A_0 D^2}{K}. \end{aligned}$$

On obtient ainsi l'expression suivante pour le géotherme continental :

$$\begin{aligned} T(z) &= -\frac{A_0 D^2}{K} e^{-z/D} + \left[\frac{(T_L - T_s)}{L} - \frac{A_0 D^2}{KL} \left(1 - e^{-L/D}\right) \right] z + \frac{A_0 D^2}{K} + T_s \\ &= \frac{A_0 D^2}{K} \left(1 - e^{-z/D}\right) + \left[\frac{(T_L - T_s)}{L} - \frac{A_0 D^2}{KL} \left(1 - e^{-L/D}\right) \right] z + T_s. \end{aligned}$$

2. Profil de température représenté sur la page suivante (Figure C.7.1).

C.7.2 Épaisseur continentale

1. En prenant le même modèle de production de chaleur que précédemment, on obtient le même géotherme

$$T(z) = \frac{A_0 D^2}{K} \left(1 - e^{-z/D}\right) + \left[\frac{(T_L - T_s)}{L} - \frac{A_0 D^2}{KL} \left(1 - e^{-L/D}\right) \right] z + T_s,$$

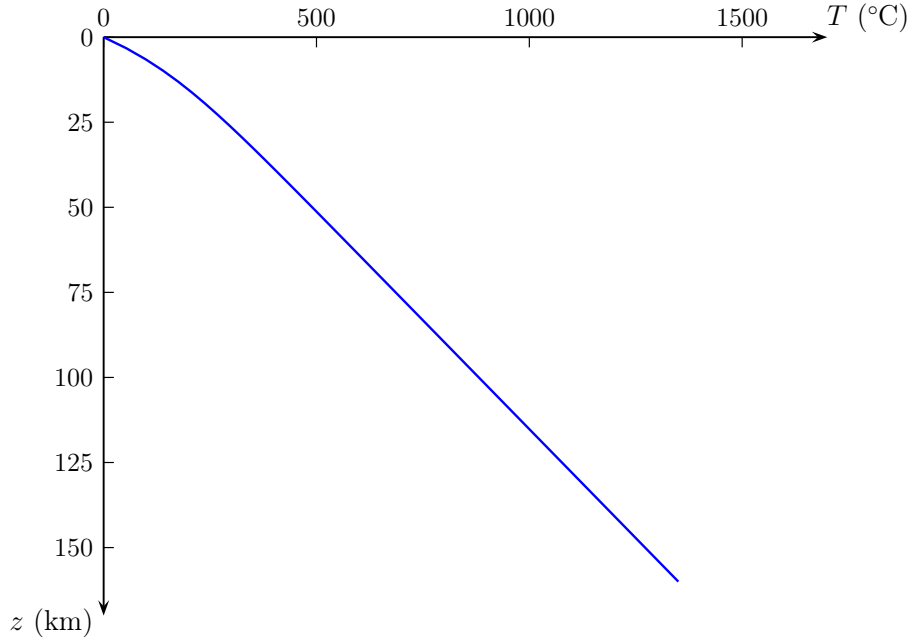


FIGURE C.7.1 – Géotherme continental.

et en utilisant la loi de Fourier on en déduit le profil de densité de flux de chaleur :

$$Q(z) = -K \frac{dT}{dz}$$

$$\Rightarrow Q(z) = -A_0 D e^{-z/D} + \frac{A_0 D^2}{L} (1 - e^{-L/D}) - K \frac{(T_L - T_s)}{L}.$$

À la surface, on a donc

$$Q_s = Q(z=0) = -A_0 D + \frac{A_0 D^2}{L} (1 - e^{-L/D}) - K \frac{(T_L - T_s)}{L}.$$

Même si nous n'avons pas encore déterminé sa valeur, l'épaisseur de la lithosphère est nettement plus grande que D et $e^{-L/D} \simeq 0$. L'expression précédente peut donc se simplifier et s'écrire

$$Q_s \simeq -A_0 D + \frac{A_0 D^2}{L} - K \frac{(T_L - T_s)}{L},$$

et l'épaisseur L de la lithosphère peut facilement s'exprimer en fonction des autres paramètres :

$$L \simeq \frac{[A_0 D^2 - K(T_L - T_s)]}{(Q_s + A_0 D)}.$$

Si nous mesurons une densité de flux de chaleur de surface $Q_s = -45 \text{ mW m}^{-2}$, cela implique donc que la lithosphère a une épaisseur $L \simeq 156 \times 10^3 \text{ m} \simeq 160 \text{ km}$.

2. Le même calcul effectué avec des taux de production de chaleur par unité de volume $A_0 = 1.9 \mu\text{W m}^{-3}$ et $A_0 = 3.2 \mu\text{W m}^{-3}$ donne respectivement des épaisseurs de lithosphère continentale $L \simeq 120 \text{ km}$ et $L \simeq 240 \text{ km}$.

Nous en concluons donc que plus la production de chaleur radioactive dans la lithosphère est importante, plus cela nécessite une lithosphère épaisse pour expliquer la

densité de flux de chaleur *mesurée* en surface. Si cela n'était pas le cas, si par ex. l'épaisseur ne changeait pas, alors une augmentation du taux de production de chaleur se traduirait par une augmentation de la température dans la lithosphère, et son épaisseur restant la même, cela impliquerait automatiquement une hausse du gradient de température. Or selon la loi de Fourier, cela impliquerait une hausse de la densité de flux de chaleur, en contradiction avec les mesures. Si, pour différentes valeurs de A_0 , les mesures indiquent que Q_s en surface reste la même, cela implique donc que le gradient de température doit diminuer lorsque A_0 augmente. C'est bien le résultat que nous avons obtenu : pour une même valeur Q_s de la densité de flux de chaleur en surface, une hausse du taux de production de chaleur A_0 implique une augmentation de l'épaisseur de la lithosphère afin de diminuer le gradient de température et maintenir la même valeur de densité de flux de chaleur Q_s en surface.

C.7.3 Densité de flux de chaleur fournie par le manteau

Par définition, la densité de flux de chaleur fournie par le manteau est celle qui est reçue par la lithosphère à sa base, c-à-d en $z = L$. Ainsi, d'après les résultats précédents

$$Q_m = Q(z=L) = -A_0 D e^{-L/D} + \frac{A_0 D^2}{L} (1 - e^{-L/D}) - K \frac{(T_L - T_s)}{L}.$$

Suivant le taux de production de chaleur volumique mesuré en surface, on en déduit donc les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} A_0 = 1.9 \mu\text{W m}^{-3} &\Rightarrow Q_m \simeq -26 \text{ mW m}^{-2}; \\ A_0 = 2.5 \mu\text{W m}^{-3} &\Rightarrow Q_m \simeq -20 \text{ mW m}^{-2}; \\ A_0 = 3.2 \mu\text{W m}^{-3} &\Rightarrow Q_m \simeq -13 \text{ mW m}^{-2}. \end{aligned}$$

Nous voyons donc que pour une même densité de flux de chaleur Q_s mesurée en surface, une augmentation du taux de production de chaleur A_0 implique une diminution (en valeur absolue) de la densité de flux de chaleur Q_m fournie par le manteau. En effet, Q_s mesurée en surface est la somme de la chaleur produite par radioactivité dans la lithosphère et de celle (Q_m) fournie par le manteau : si la production de chaleur radioactive est plus importante, Q_m doit nécessairement être plus faible afin de mesurer la même valeur Q_s à la surface de la lithosphère.

C.7.4 Effet de A sur le géotherme continental

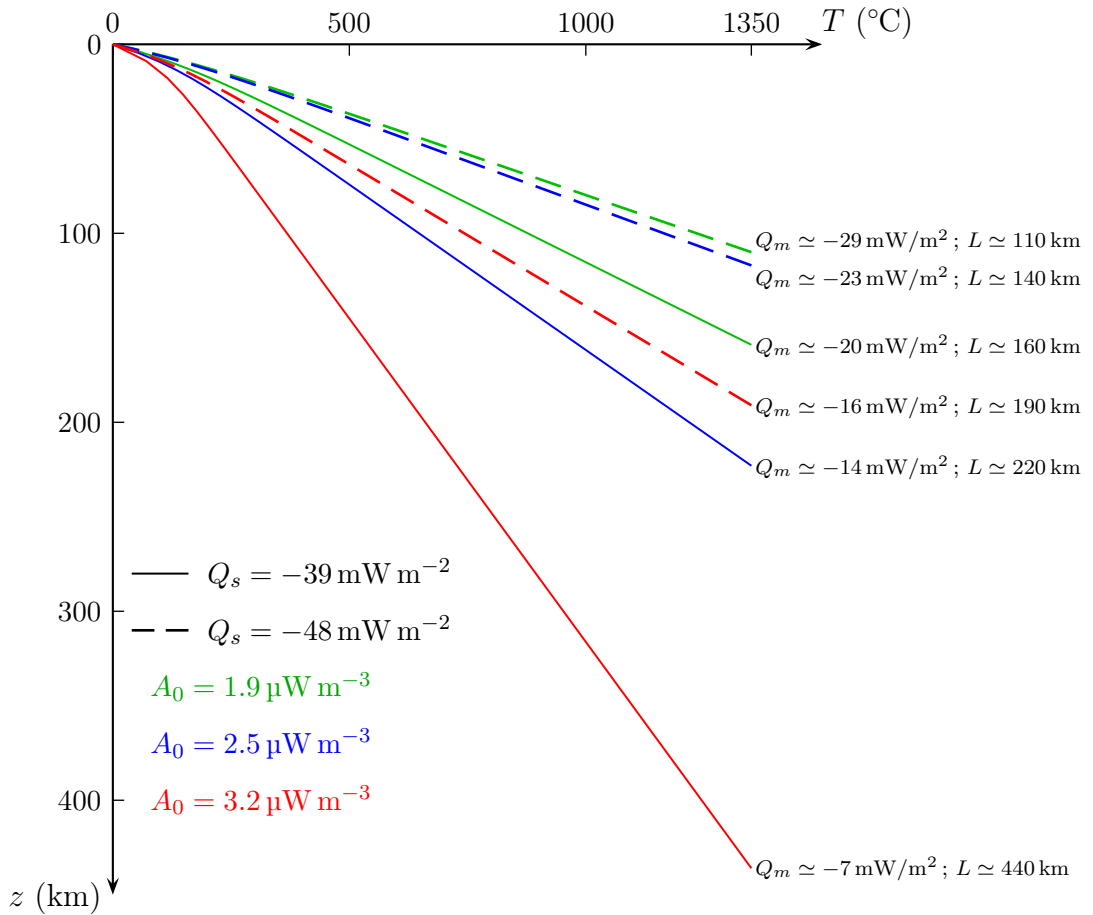


FIGURE C.7.4 – Géotherme continental pour différents taux volumétriques de production de chaleur et densité de flux de chaleur : courbes continues lorsque $Q_s = -39 \text{ mW m}^{-2}$ et en tireté lorsque $Q_s = -48 \text{ mW m}^{-2}$; $A_0 = 1.9 \text{ } \mu\text{W m}^{-3}$ (courbes vertes); $A_0 = 2.5 \text{ } \mu\text{W m}^{-3}$ (courbes bleues); $A_0 = 3.2 \text{ } \mu\text{W m}^{-3}$ (courbes rouges).

C.7.5 Province de Basin and Range

1. En résolvant l'équation de conduction de la chaleur à une dimension en état stationnaire à l'aide des conditions aux limites $T(z=0) = 0^\circ\text{C}$ et $T(z=L) = T_L$ et en utilisant la loi de Fourier, on en déduit le profil de densité de flux de chaleur :

$$Q(z) = -A_0 D e^{-z/D} + \frac{A_0 D^2}{L} (1 - e^{-L/D}) - K \frac{(T_L - T_s)}{L}.$$

À la surface, on a donc

$$\begin{aligned} Q_s &= -A_0 D + \frac{A_0 D^2}{L} (1 - e^{-L/D}) - K \frac{(T_L - T_s)}{L} \\ \Leftrightarrow Q_s &\simeq -A_0 D + \frac{A_0 D^2}{L} - K \frac{(T_L - T_s)}{L}, \\ \Leftrightarrow L &\simeq \frac{[A_0 D^2 - K(T_L - T_s)]}{(Q_s + A_0 D)}, \end{aligned}$$

puisque $e^{-L/D} \ll 1$. Une densité de flux de chaleur de surface $Q_s = -88 \text{ mW m}^{-2}$, implique donc une épaisseur de lithosphère $L \simeq 47 \text{ km}$, compatible avec les mesures géophysiques.

2. La densité de flux de chaleur qui sort de la croûte, Q_s , est la somme de la densité de flux de chaleur entrant à sa base et fournie par le manteau, Q_m , et de la densité de flux de chaleur produite par désintégration radioactive dans la croûte. Une décroissance exponentielle de la production de chaleur avec la profondeur vérifie la relation $|Q_s| = |Q_m| + A_0 D \Leftrightarrow -Q_s = -Q_m + A_0 D$. On en déduit alors que $Q_m = Q_s + A_0 D \simeq -67 \text{ mW m}^{-2}$.

Alternativement, on peut partir du profil de densité de flux de chaleur calculé précédemment, d'où l'on déduit

$$Q(z) = Q_s + A_0 D \left(1 - e^{-z/D}\right).$$

On retrouve ainsi $Q_m = Q(z=L) \simeq Q_s + A_0 D \simeq -67 \text{ mW m}^{-2}$.

D'après la loi de Fourier, $Q = -K \frac{dT}{dz}$ d'où l'expression pour le gradient géothermique

$$\frac{dT}{dz}(z) = -\frac{Q_s}{K} - \frac{A_0 D}{K} \left(1 - e^{-z/D}\right).$$

On en déduit que

$$\frac{dT}{dz}(z=0) \simeq 35 \text{ }^\circ\text{C km}^{-1},$$

et

$$\frac{dT}{dz}(z=L) \simeq 27 \text{ }^\circ\text{C km}^{-1}.$$

3. La valeur trouvée est, en valeur absolue, particulièrement élevée (ou très faible si l'on parle de sa valeur réelle) pour une densité de flux de chaleur provenant du manteau : environ trois fois plus élevée ! Une explication pour cette valeur particulièrement forte est qu'elle correspond à une remontée de matériel mantellique. En effet, le Basin and Range est une région en extension (comme son nom l'indique) avec une lithosphère très amincie : cet amincissement crustal doit donc être compensé par une remontée du manteau, ce qui augmente alors la chaleur fournie à la base de la lithosphère et ainsi la densité de flux de chaleur mesurée en surface.

C.8 Démarrage de la convection de Rayleigh-Bénard

1. La masse volumique ρ du fluide dépend de sa température T :

$$\rho(T) = \rho(T_{ref}) [1 - \alpha(T - T_{ref})],$$

où $\rho(T_{ref})$ est la masse volumique du fluide à une certaine température de référence T_{ref} et α la dilatation thermique du fluide. Si la sphère de fluide se trouve à une

température $T_{sphère}$ plus faible que la température T_{fluide} du fluide environnant alors

$$\rho_{fluide} = \rho(T_{fluide}) = \rho(T_{ref}) [1 - \alpha(T_{fluide} - T_{ref})],$$

$$\rho_{sphère} = \rho(T_{sphère}) = \rho(T_{ref}) [1 - \alpha(T_{sphère} - T_{ref})],$$

et la différence de masse volumique entre la sphère et la couche de fluide dépend de la différence de température entre les deux :

$$\begin{aligned} \Delta\rho &= \rho(T_{fluide}) - \rho(T_{sphère}) \\ \Leftrightarrow \Delta\rho &= \rho(T_{ref}) [1 - \alpha(T_{fluide} - T_{ref})] - \rho(T_{ref}) [1 - \alpha(T_{sphère} - T_{ref})] \\ \Leftrightarrow \Delta\rho &= \rho(T_{ref}) [1 - \alpha(T_{fluide} - T_{ref}) - 1 + \alpha(T_{sphère} - T_{ref})] \\ \Leftrightarrow \Delta\rho &= \rho(T_{ref}) (\alpha T_{sphère} - \alpha T_{fluide}) \\ \Leftrightarrow \Delta\rho &= \alpha \rho(T_{ref}) (T_{sphère} - T_{fluide}). \end{aligned}$$

2. La vitesse de la sphère est donc

$$\begin{aligned} v &= c_1 \frac{\Delta\rho g a^2}{\mu} \\ &= c_1 \frac{\alpha \rho(T_{ref}) g (T_{sphère} - T_{fluide}) a^2}{\mu} \\ &= c_1 \frac{\alpha \rho_0 g \Delta T' a^2}{\mu}, \end{aligned}$$

où ρ_0 est la masse volumique du fluide à la température de référence, $\rho_0 = \rho(T_{ref})$, et $\Delta T'$ est la différence de température entre celle de la sphère et celle de la couche de fluide, $\Delta T' = T_{sphère} - T_{fluide}$.

3. La sphère se sera en entièrement réchauffée lorsque sa température sera égale à celle du fluide environnant, donc lorsque sa température aura changé d'une valeur $T_{sphère}$ à une valeur T_{fluide} depuis sa périphérie jusqu'à son cœur, c-à-d sur une distance égale à son rayon, $\delta = a$.

(i) Le temps τ nécessaire pour réchauffer la sphère est donc

$$\tau = c_2 \frac{a^2}{\kappa},$$

(ii) et la sphère aura parcourue une distance $d = v\tau$ pendant ce temps :

$$d = c_3 \frac{\alpha \rho_0 g \Delta T' a^4}{\mu \kappa},$$

où la constante de proportionnalité $c_3 = c_1 c_2$.

4. Le développement de la convection implique de considérer l'ensemble de la couche de fluide. Donc la température du fluide chauffé est la température à la base de la couche de fluide, $T_0 + \Delta T$, et la température de refroidissement est celle imposée à son sommet, T_0 . On en déduit donc que $\Delta T' = \Delta T$.

De plus il faut que $d \gtrsim h$ et $a \sim h$, c-à-d :

$$\begin{aligned} c_3 \frac{\alpha \rho_0 g \Delta T a^4}{\mu \kappa} &\gtrsim h && (d \gtrsim h) \\ \Leftrightarrow c_3 \frac{\alpha \rho_0 g \Delta T h^4}{\mu \kappa} &\gtrsim h && (a \sim h) \\ \Leftrightarrow c_3 \frac{\alpha \rho_0 g \Delta T h^3}{\mu \kappa} &\gtrsim 1 \end{aligned}$$

La condition pour que la convection puisse se développer est donc :

$$\frac{\alpha \rho_0 g \Delta T h^3}{\mu \kappa} \gtrsim \frac{1}{c_3}. \quad (77)$$

On en déduit ainsi l'expression du nombre de Rayleigh :

$$\text{Ra} = \frac{\alpha \rho_0 g \Delta T h^3}{\mu \kappa},$$

et pour que la convection ait lieu, Ra doit être plus grand qu'une valeur critique $\text{Ra}_c = 1/c_3$.

Interprétation physique du nombre de Rayleigh :

Dans cet exercice, le nombre de Rayleigh, Ra, peut être interprété comme le rapport entre le temps caractéristique de l'échange d'énergie thermique par convection, h/v , et le temps caractéristique de l'échange d'énergie thermique par conduction à travers toute la couche de fluide, h^2/κ . Clairement, la convection ne peut se développer que si l'échange thermique par convection est plus rapide que par conduction, c-à-d si le temps caractéristique de la convection est plus faible que celui de la conduction, ce qui nous donne l'équation (77).

Bibliographie

- Carlson, R. L. and H. P. Johnson (1994). On modeling the thermal evolution of the oceanic upper mantle: An assessment of the cooling plate model. *J. Geophys. Res.* *99*, 3201–3214.
- Cogley, J. G. (1984). Continental margins and the extent and number of continents. *Rev. Geophys. Space Phys.* *22*, 101–122.
- Davies, J. H. and D. R. Davies (2010). Earth’s surface heat flux. *Solid Earth* *1*, 5–24, doi: 10.5194/se-1-5-2010.
- Davis, E. E., D. S. Chapman, K. Wand, H. Villinger, A. T. Fisher, S. W. Robinson, J. Grigel, D. Pribnow, J. Stein, and K. Becker (1999). Regional heat flow variations across the sedimented Juan de Fuca Ridge eastern flank: Constraints on lithospheric cooling and lateral hydrothermal heat transport. *J. Geophys. Res.* *104*, 17 675–17 688.
- Dziewonski, A. M. and A. L. Anderson (1981). Preliminary reference Earth model. *Phys. Earth Planet. Int.* *25*, 297–356.
- Fourier, J. B. J. (1822). *Théorie Analytique de la Chaleur*. Paris: Firmin Didot.
- Jaupart, C. and J.-C. Mareschal (2011). *Heat Generation and Transport in the Earth*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Johnson, H. P. and R. L. Carlson (1992). Variation of sea floor depth with age; a test of models based on drilling results. *Geophys. Res. Lett.* *19*(9), 1971–1974.
- Langmuir, C. H., S. L. Goldstein, K. Donnelly, and Y. J. Su (2005). Origins of Enriched and Depleted Mantle Reservoirs. In *AGU Fall Meeting Abstracts*, pp. V23D–02.
- Lister, C. R. B., J. G. Sclater, E. E. Davis, H. Vilinger, and S. Nagihara (1990). Heat flow maintained in ocean basins of great age: investigations in the north-equatorial West Pacific. *Geophys. J. Int.* *102*, 603–630.
- Müller, R. M., M. Sdrolias, C. Gaina, and W. R. Roest (2008). Age, spreading rates, and spreading asymmetry of the world’s ocean crust. *Géochim. Geophys. Geosyst.* *9*(Q04006), doi:10.1029/2002GL016047.
- Perry, H. K. C., c. Jaupart, J.-C. Mareschal, and G. Bienfait (2006). Crustal heat production in the Superior Province, Canadian Shield, and in North America inferred from heat flow data. *J. Geophys. Res.* *111*(B04401).
- Philpotts, A. and J. Ague (2009). *Principles of Igneous and Metamorphic Petrology* (second ed.). Cambridge: Cambridge University Press.
- Rudnick, R. L. and S. Gao (2003). Composition of the continental crust. In *Treatise on Geochemistry, The Crust*, Volume 3, pp. 1–64. New York: Pergamon Press.
- Rybach, L. (1988). Determination of heat production rate. In R. Haenel, L. Rybach, and L. Stegena (Eds.), *Handbook of Terrestrial Heat-Flow Density Determination*, pp. 125–142. Dordrecht (The Netherlands): Kluwer.
- Stein, C. A. and S. Stein (1992). A model for the global variation in oceanic depth and heat flow with lithospheric age. *Nature* *359*, 123–129.

- Su, Y. J. (2002). *Mid-ocean ridge basalt trace element systematics: Constraints from database management, ICPMS analysis, global data compilation and petrologic modeling*. Ph. D. thesis, Columbia University, New York.
- Tozer, B., T. D. Sandwell, C. Smith, W. H. F. and Olson, J. R. Beale, and B. Wessel (2019). Global Bathymetry and Topography at 15 Arc Sec: SRTM15+. *Earth and Space Science* 6, doi:10.1029/2019EA000658.
- Turcotte, D. L. and G. Schubert (2014). *Geodynamics. Applications of Continuum Physics to Geological Problems* (third ed.). Cambridge: Cambridge University Press.