Analyse du découplage des modes de rupture dans le cas tridimensionnel : modélisation analytique et numérique du comportement mécanique des milieux fissurés

EL KABIR Soliman[1], DUBOIS Frederic[2], MOUTOU PITTI Rostand[3], LAPUSTA Yuri[4], RECHO Naman[5]

[1] Université de Poitiers, Institut PPRIME, Bd Marie et Pierre Curie, 86962 Chasseneuil Cedex, France, soliman.el.kabir@univ-poitiers.fr

[2] Université de Limoges, Centre du génie Civil, GC2D, 19300 Egletons, France, frederic.dubois@unilim.fr

[3] Université Clermont Auvergne, IP, SIGMA Clermont, F-63000 Clermont-Ferrand, France, rostand.moutou_pitti@uca.fr

[4] Université Clermont Auvergne, IP, SIGMA Clermont, F-63000 Clermont-Ferrand, France, naman.recho@uca.fr,

[5] Université Clermont Auvergne, IP, SIGMA Clermont, F-63000 Clermont-Ferrand, France, yuri.lapusta@sigma-clermont.fr,

RÉSUMÉ. *La durabilité des structures dans le génie civil est confrontée à des problèmes de fissurations sous chargements mécaniques complexes associées souvent à des variations climatiques sévères. L'objectif principal de ce travail est de présenter une nouvelle modélisation mathématique pour les problèmes de fissurations tridimensionnelle sous chargement en mode mixte. Le modèle repose sur nouvelle intégrale, intitulée M3D, dont l'implémentation dans un logiciel par élément finis permet d'obtenir le taux de restitution d'énergie ou la ténacité associée. Les résultats montrent comment évolue la résistance à la fissuration en fonction de différents taux de mixité.*

ABSTRACT. *The complex mechanical loading and high climatic variations on civil engineering implies having a better understanding of their fracture mechanical behaviour. The main goal of this work is to present a new mathematical modeling for three-dimensional crack problems under mixed mode loading. The aim of this generalization is to propose a new parameter integral entitled M3D which computes the energy release rate. A numerical validation is presented under different loadings mode. Results are presented in terms of a parametric analysis of the energy release rate evaluation for different mixed-mode configurations.*

MOTS-CLÉS : *Mécanique de la rupture, modélisation tridimensionnelle, taux de restitution d'énergie, facteurs d'intensité de contraintes, intégrales invariantes.*

KEY WORDS: *Fracture mechanics, three dimensional modeling, energy release rate, stress intensity factors, invariants integrals.*

1. Introduction

Ce travail est une contribution à une meilleure compréhension des mécanismes de la rupture par la modélisation analytiques et numériques dans le cas tridimensionnel [ELK 18]. La rupture se produit généralement suite à une multitude de chargements mécaniques combinés accompagnés par de multiples paramètres comme les variations climatiques au cours du temps.

Des modèles mathématiques prédictifs sont nécessaires pour permettre de quantifier les paramètres de la rupture dans le cas réel tridimensionnel, et ensuite prédire le comportement de la fissuration et évaluer les risques de ruine. La modélisation tridimensionnelle de la rupture est un outil important qui évitera de devoir passer à chaque fois par des compagnes expérimentales d'essais destructifs pour mener différentes investigations. Cette modélisation impose de se passer des hypothèses considérées dans le cas bidimensionnel telles que l'hypothèse des contraintes planes ou des déformations planes. Prendre en compte la troisième dimension, exige un niveau de complexité plus délicat et plus lourd dans la formulation mathématique, mais permet en même temps de mieux approcher des problèmes de fissurations réelles et de prendre en compte l'ensemble des phénomènes mis en évidence lors de la fissuration [RIC 68].

Dans ce travail, une formulation mathématique est développée pour l'étude de la fissuration, qui prend en compte à la fois les aspects stationnaires et de propagation de la fissuration. Cette formulation est basée sur une approche énergétique qui propose une nouvelle intégrale de surface et de volume généralisée, afin de quantifier le taux de restitution d'énergie. Des simulations numériques par éléments finis sont conduites pour valider la propriété d'invariance de cette nouvelle intégrale. Par la suite, des calculs sont réalisés pour mettre en évidence les phénomènes mis en jeu lors de la fissuration. Ensuite, l'accent est mis sur le découplage des modes de rupture grâce à l'introduction d'un champ de déplacement virtuel. Avec ce découplage, la propriété d'invariance du chemin d'intégration autour du front de la fissure est conservée pour les trois modes, ainsi que l'influence des modes de rupture est évaluée en fonction de l'épaisseur.

2. Formulation analytique et numérique

Cette formulation est basée sur une approche énergétique qui propose une nouvelle intégrale de surface et de volume généralisée, afin de quantifier le taux de restitution d'énergie :

$$M_{\theta}^{3D} = \frac{1}{2}\int \left(\sigma_{ij}^{u}.v_{i,k} - \sigma_{ij,k}^{v}.u_i\right).\theta_{k,j}.dV \qquad [1]$$

Les définitions des différents termes de cette équation sont proposées dans la Figure 1 qui présente les domaines d'intégration dans les cas 2D et 3D respectivement.

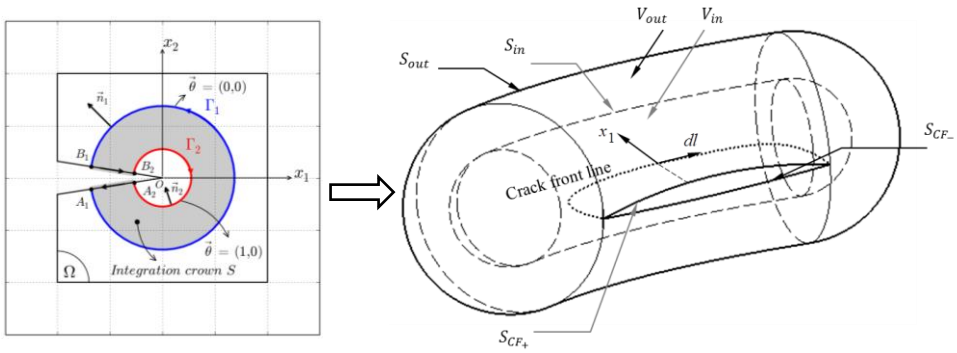


Figure 1. *Généralisation de la notion de l'intégration autour de la pointe de la fissure au cas 3D.*

L'éprouvette MMCG proposée a été utilisée pour évaluer numériquement expérimentalement les modes mixtes de rupture respectivement dans le matériau bois [ELK 16]. Sur la Figure 2, on observe les dimensions réelles de l'éprouvette MMCG, ainsi que le maillage éléments finis réalisé pour le calcul élément finis sous Castem. Le maillage est fait d'une façon plus fine autour du front de la fissure avec un rayon Rext qui intègre le champ θ.

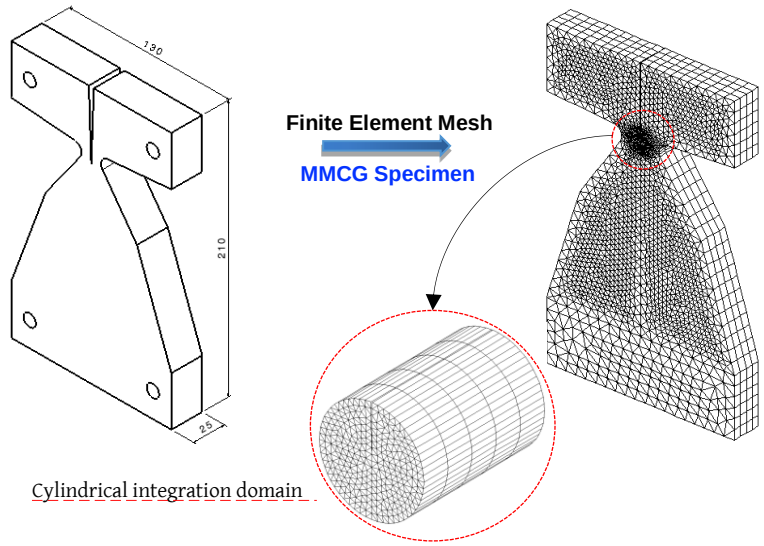


Figure 2. *Description de l'éprouvette MMCG et du maillage éléments finis sous Castem.*

3. Résultats et discussions

L'indépendance du domaine d'intégration dans le cas 3D à l'aide de l'intégrale M3D est vérifiée en représentant les différentes variations du taux de restitution d'énergie en fonction de plusieurs rayons d'intégration Rext autour de la pointe de la fissure (Figure 2). Ces résultats sont comparés au cas 2D à l'aide de l'intégrale M2D.

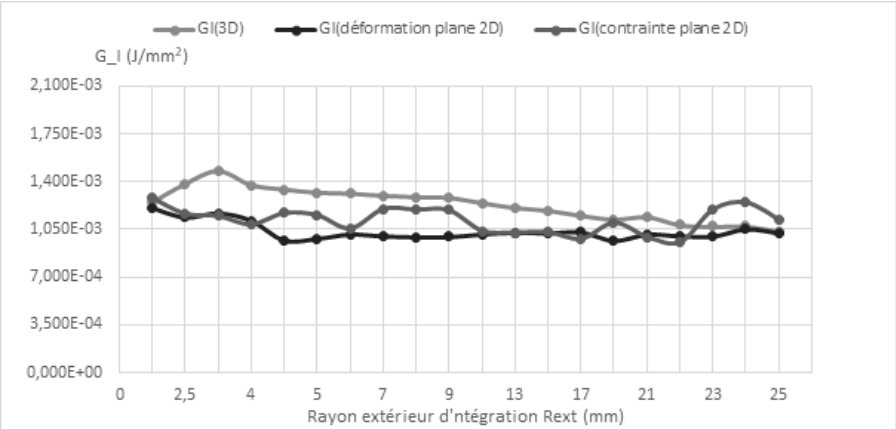


Figure 3. *Evolution du taux de restitution d'énergie GI en fonction du rayon d'intégration Rext.*

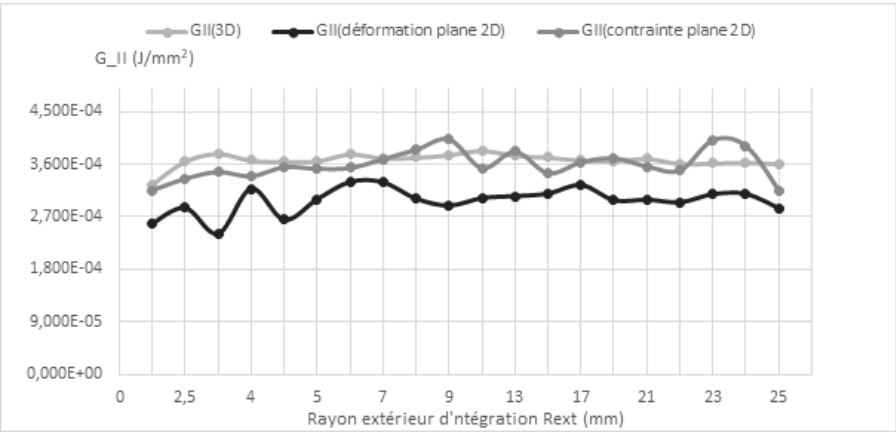


Figure 4. *Evolution du taux de restitution d'énergie GII en fonction du rayon d'intégration Rext.*

On y remarque une constance du taux de restitution d'énergie (moins de 10% de fluctuation) en fonction des couronnes en mode mixte (respectivement part du mode I, part du mode II). Ces observations valident l'indépendance du domaine d'intégration des résultats assurés par le modèle. Toutefois, la singularité des champs mécaniques en pointe de fissure cause une perturbation du domaine d'intégration autour du front de fissure.

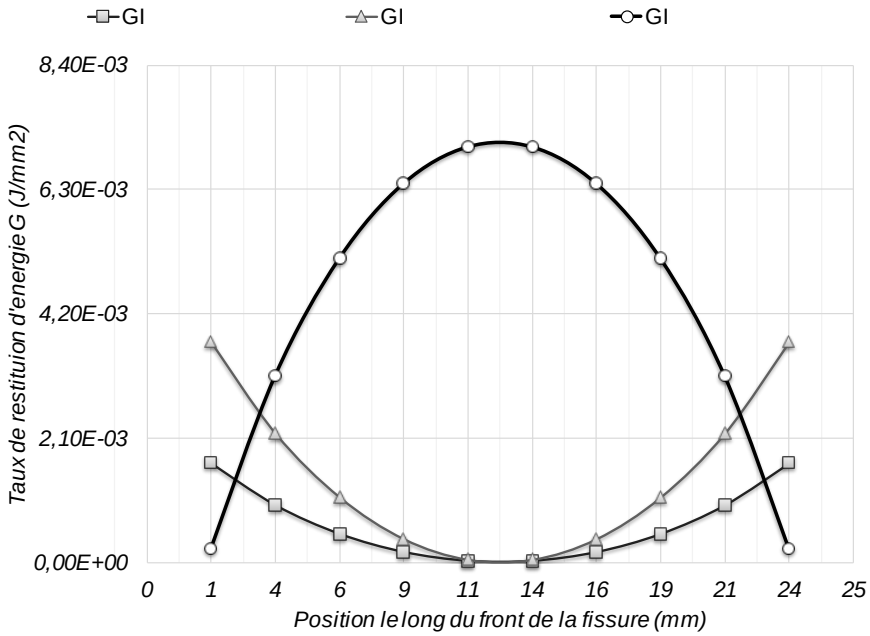


Figure 5. *Etude de l'effet du mode III pour une épaisseur de 20mm.*

La Figure 3 montrent les différentes évolutions des taux du restitution d'énergie GI (mode I), GII (mode II) et GIII (mode III) le long du front de la fissure suivant l'épaisseur pour le cas d'une configuration qui favorise le mode III.

4. Conclusion et perspectives

Ce travail permet de valider l'intégrale M3D pour le comportement élastique isotrope en fissuration stationnaire. La solution numérique résolue par le code aux éléments finis Cast3M, a permis de comparer le cas bidimensionnel avec le cas tridimensionnel. Les résultats obtenus sont satisfaisants pour l'ensemble des modes de sollicitation. L'étude numérique devra se poursuivre pour étudier les configurations du mode mixte qui combinent les modes de rupture I+II+III pour mettre en évidence la nécessiter de modéliser un nouveau du champ mécanique virtuel nécessaire pour le découplage des modes de rupture. Il est également nécessaire d'aller vers l'étude de la fissuration tridimensionnelle en environnement variable.

5. Bibliographie

[ELK 18] EL KABIR S., DUBOIS F., MOUTOU PITTI R., RECHO N., LAPUSTA Y., «A new analytical generalization of the J and G-theta integrals for planar cracks in a three-dimensional medium», *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, vol. 94, 2018, p. 101–109.

[RIC 68] RICE J.R., «A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks», *Journal of Applied Mechanics*, vol. 35, 2, 1968, p. 379–386.

[ELK 16] EL KABIR S., MOUTOU PITTI R., RECHO N., LAPUSTA Y., DUBOIS F., «Numerical study of crack path by MMCG specimen using M integral», *International Journal of Structural Integrity*, vol. 10, 2016, p. 64-73.